

$$t_8 : \begin{cases} x' = x - y - 1 \\ y' = x + y + 1 \end{cases}$$

a)

1)

Quanto vale la “costante di affinità” $D = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$?

$$D = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 1 + 1 = 2$$

2)

L'affinità in esame è diretta o è inversa?

E' diretta ($D > 0$)

3)

E' una isometria?

No.

4)

E' un “caso particolare” fra quelli del paragrafo 16

(traslazione, simmetria rispetto a un punto o a una parallela agli assi, omotetia ...)?

No.

b)

1)

Determina, tramite passaggi algebrici, le equazioni dell'affinità inversa.

L'inversa di $\begin{cases} x' = x - y - 1 \\ y' = x + y + 1 \end{cases}$ si può ricavare coi passaggi seguenti:

$$\begin{cases} x - y = x' + 1 & (1) + (2) \\ x + y = y' - 1 & (2) - (1) \end{cases} \begin{cases} 2x = x' + y'; & \boxed{x = \frac{x' + y'}{2}} \\ 2y = y' - x' - 2; & \boxed{y = \frac{-x' + y' - 2}{2}} \end{cases}$$

Scambiando la coppia (x, y) con la (x', y') , si può scrivere come

$$\boxed{\begin{cases} x' = \frac{x + y}{2} \\ y' = \frac{-x + y - 2}{2} \end{cases}}$$

2)

L'affinità in esame è involutoria?

No

3)

Nel caso l'affinità considerata fosse “particolare”, abbi cura di controllare se è confermato che

- l'inversa di una traslazione è la traslazione di vettore opposto;
- l'inversa di un'omotetia di rapporto k è un'omotetia con lo stesso centro, e rapporto $1/k$;
- l'inversa di una simmetria (centrale o assiale) è la simmetria stessa

Non rientra fra i casi particolari del paragrafo 16.

c)

Determina l'immagine e poi la controimmagine:

1) della retta $r: y = 2x + 1$

Curva assegnata :

$$y = 2x + 1$$

Equazioni trasformazione inversa :

$$\begin{cases} x' = \frac{x+y}{2} \\ y' = \frac{-x+y-2}{2} \end{cases}$$

Equazione curva immagine :

$$\frac{-x+y-2}{2} = 2 \cdot \frac{x+y}{2} + 1$$

$$-x+y-2 = 2x+2y+2$$

$$-y = 3x+4$$

$$\boxed{y = -3x - 4}$$

Equazioni trasformazione diretta :

$$\begin{cases} x' = x - y - 1 \\ y' = x + y + 1 \end{cases}$$

Equazione curva controimmagine :

$$x + y + 1 = 2 \cdot (x - y - 1) + 1$$

$$x + y + 1 = 2x - 2y - 2 + 1$$

$$3y = x - 2$$

$$\boxed{y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}}$$

2) della circonferenza $\gamma: x^2 + y^2 = 1$

Curva assegnata :

$$x^2 + y^2 = 1$$

Equazioni trasformazione inversa :

$$\begin{cases} x' = \frac{x+y}{2} \\ y' = \frac{-x+y-2}{2} \end{cases}$$

Equazione curva immagine :

$$\left(\frac{x+y}{2}\right)^2 + \left(\frac{-x+y-2}{2}\right)^2 = 1$$

$$\frac{x^2 + y^2 + 2xy}{4} + \frac{x^2 + y^2 + 4 - 2xy + 4x - 4y}{4} = 1$$

$$x^2 + y^2 + 2xy + x^2 + y^2 + 4 - 2xy + 4x - 4y = 4$$

$$2x^2 + 2y^2 + 4x - 4y = 0$$

$$\boxed{x^2 + y^2 + 2x - 2y = 0}$$

Equazioni trasformazione diretta :

$$\begin{cases} x' = x - y - 1 \\ y' = x + y + 1 \end{cases}$$

Equazione curva controimmagine :

$$(x - y - 1)^2 + (x + y + 1)^2 = 1$$

$$x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x + 2y + x^2 + y^2 + 1 + 2xy + 2x + 2y = 1$$

$$\boxed{2x^2 + 2y^2 + 4y + 1 = 0}$$