3. RADICANDO E RISULTATO POSITIVI. MA PERCHE' ?

E' importante ribadire che in questa nostra sistemazione teorica
SIA IL RADICANDO a CHE LA RADICE b SONO NUMERI POSITIVI O NULLI: $a \geq 0$, $b \geq 0$.

A ben riflettere, tale impostazione potrebbe essere contestata.
Ascoltiamo come ragiona Giannino il contestatore.

LE DUE OBIEZIONI DI GIANNINO

Siccome l'operazione di estrazione di radice viene pensata come l'inversa dell'elevamento a potenza, secondo me, che sono Giannino:

I) quando l'*indice* è *dispari*,
è logico che si possa anche estrarre la radice di un numero negativo:
ad esempio, trovo del tutto giustificato scrivere $\sqrt[3]{-8} = -2$,
perché in effetti $(-2)^3 = -8$;

II) quando l'*indice* è *pari* e il *radicando positivo*,
è logico che l'operazione ammetta DUE possibili risultati,
opposti fra loro (e NON un solo risultato positivo):
ad esempio, $\sqrt{49} = \pm 7$ perché $(+7)^2 = 49$ ma anche $(-7)^2 = 49$.

Le argomentazioni di Giannino sono giuste ed intelligenti! Tuttavia …

♥ **RISPOSTA DELLA COMUNITA' MATEMATICA A GIANNINO**

- Allo scopo di fissare un'impostazione teorica che consenta di evitare eccessive complicazioni, **è estremamente conveniente, quando si inizia** a studiare l'operazione di estrazione di radice, **supporre positivi** (in senso "largo": ≥ 0) **sia il radicando che il risultato**.
  In questo modo, infatti, la trattazione fila senz'altro più "liscia".

- **In una seconda fase**, quando si termina lo studio di questi radicali con radicando e risultato positivi (che i testi chiamano generalmente "radicali assoluti"),
  si procede a qualche semplicissima **integrazione della teoria** (noi faremo questo al paragrafo 17),
  per poter accettare anche operazioni come

  $$\sqrt[3]{-8} = -2 ; \quad \sqrt[5]{-0,00001} = -0,1 \quad \text{ecc.}$$

  (**radicali con indice dispari, radicando negativo e risultato negativo**).

- **Invece con indice pari e radicando negativo**
  l'estrazione di radice è un'operazione impossibile (NOTA):

  $$\sqrt{-25} = \text{IMPOSSIBILE} ; \quad \sqrt[4]{-1} = \text{IMPOSSIBILE} \quad \text{ecc.}$$

  Nessun numero reale, infatti, può fare da risultato in situazioni come queste, perché nessun numero dell'insieme $\mathbb{R}$, se elevato ad esponente pari, dà un risultato negativo.

  NOTA - Salvo poi ridiscuterne quando viene introdotto l'insieme $\mathbb{C}$ dei "numeri complessi"; leggi il riquadro a fianco →

- **Nel caso, infine, di indice pari e radicando positivo** (es. $\sqrt{49}$), **si continua sempre ad assegnare all'operazione, convenzionalmente, un UNICO risultato, quello positivo:**

  $$\sqrt{49} = 7 \text{ e NON } \cancel{\sqrt{49} = \pm 7} ; \quad \sqrt[4]{16} = 2 \text{ e NON } \cancel{\sqrt[4]{16} = \pm 2}$$

  Questa convenzione è universalmente accettata a motivo di tutta una serie di inconvenienti che si verrebbero a creare qualora si decidesse invece di ammettere il "doppio risultato".

L'insieme $\mathbb{R}$ è l'insieme
dei numeri "reali", e contiene
sia i numeri interi
che quelli con la virgola,
sia i razionali che gli irrazionali,
sia i positivi che i negativi.
Contiene, insomma,
tutti i numeri rappresentabili
su di una *number line*,
che sono poi i numeri
"comunemente utilizzati".
In particolari contesti,
di matematica pura o
di Fisica o di Ingegneria,
intervengono anche *altri* numeri,
quelli dell'insieme $\mathbb{C}$.
… Sorprendente! Ne riparleremo!

*Ma adesso proseguiamo con lo studio dei radicali **"assoluti"**,*
quelli in cui il radicando e il risultato sono sempre positivi (≥ 0).

Scriveremo, per brevità, soltanto "radicali", ma intenderemo sempre,
fino al paragrafo 16 compreso, "radicali assoluti".