## 9. SOMMA ALGEBRICA DI RADICALI (esercizi a pag. 23)

*Premessa*

*In Algebra, un'espressione costituita dal prodotto di un radicale per un fattore esterno viene chiamata ancora, per estensione, "radicale".*
*Quindi, vengono chiamate "radicali", ad esempio, le espressioni seguenti:*

$$3\sqrt{5}; \qquad x\sqrt[3]{y}; \qquad 2(x+1)\sqrt{x+2}$$

*Definizione*

Quando abbiamo una coppia di espressioni della forma

$$x\sqrt[n]{a},\ \ y\sqrt[n]{a}$$

diciamo che siamo in presenza di due "radicali simili". Pertanto:

**due radicali si dicono "simili" se hanno ugual indice e ugual radicando**
**( = se differiscono al più per il fattore esterno)**

Esempi: $3\sqrt{5}$ e $11\sqrt{5}$ sono radicali simili; $x\sqrt[4]{x+y}$ *e* $2\sqrt[4]{x+y}$ sono radicali simili.

**La somma algebrica di due o più radicali simili**
**è un radicale simile ai dati,**
**avente per coefficiente la somma algebrica dei coefficienti**:

(12) $\boxed{x\sqrt[n]{a}+y\sqrt[n]{a}=(x+y)\sqrt[n]{a}}$

La (12) non necessita di dimostrazione: è infatti evidente che il secondo membro è ottenibile dal primo mediante un raccoglimento a fattor comune.

Esempi:

$$3\sqrt{5}+11\sqrt{5}=14\sqrt{5}; \qquad x\sqrt[4]{x+y}+2\sqrt[4]{x+y}+2x\sqrt[4]{x+y}=(3x+2)\sqrt[4]{x+y}$$

$$7\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{2}+4\sqrt[3]{2}=10\sqrt[3]{2}; \qquad (a+b)\sqrt{3}-(a-b)\sqrt{3}=\left[(a+b)-(a-b)\right]\sqrt{3}=2b\sqrt{3}$$

**Invece, se due radicali NON sono simili,**
**la loro somma algebrica dev'essere lasciata indicata**
(NON si possono ridurre in alcun modo ad un unico radicale).

Esempi: $\sqrt[3]{5}+\sqrt[3]{4}=\text{STOP!}$ $\qquad \sqrt{2}+6\sqrt[3]{2}=\text{STOP!}$

**OCCHIO!!!**

Ed eccoti alcuni altri esempi di espressioncine in cui compaiono somme algebriche di radicali:

**a)** $\underline{3\sqrt{6}}\ \underline{\underline{-2\sqrt[3]{6}}}\ \underline{+10\sqrt{6}}\ \underline{+\sqrt{6}}\ \underline{\underline{-\sqrt[3]{6}}}=14\sqrt{6}-3\sqrt[3]{6}$

**b)** $\underline{7\sqrt{x}}\ \underline{\underline{-\sqrt{xy}}}\ \underline{-\sqrt{x}}\ \underline{+x\sqrt{x}}\ \underline{\underline{-8\sqrt{xy}}}+\sqrt[3]{xy}=(6+x)\sqrt{x}-9\sqrt{xy}+\sqrt[3]{xy}$

**c)** $\sqrt{50}+\sqrt{8}=\sqrt{5^2\cdot 2}+\sqrt{2^3}=5\sqrt{2}+2\sqrt{2}=7\sqrt{2}$

**d)** $\sqrt{x^3-x^2}-\sqrt{x^3-3x^2+3x-1}=\sqrt{x^2(x-1)}-\sqrt{(x-1)^3}=x\sqrt{x-1}-(x-1)\sqrt{x-1}=\left(\cancel{x}\cancel{-x}+1\right)\sqrt{x-1}=\sqrt{x-1}$

**e)** $\sqrt{\dfrac{3}{4}}-\sqrt{\dfrac{27}{25}}=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}}-\dfrac{\sqrt{3^3}}{\sqrt{25}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{3\sqrt{3}}{5}=\dfrac{5\sqrt{3}-6\sqrt{3}}{10}=-\dfrac{\sqrt{3}}{10}$

**f)** $\dfrac{a\sqrt{a}\cdot\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[6]{a}}{\sqrt{a}\cdot\sqrt{a}-1}=\dfrac{a\sqrt[6]{a^3}\cdot\sqrt[6]{a^4}-\sqrt[6]{a}}{a-1}=\dfrac{a\sqrt[6]{a^7}-\sqrt[6]{a}}{a-1}=\dfrac{a^2\cdot\sqrt[6]{a}-\sqrt[6]{a}}{a-1}=\dfrac{(a^2-1)\sqrt[6]{a}}{a-1}=\dfrac{(a+1)\cancel{(a-1)}\sqrt[6]{a}}{\cancel{a-1}}=(a+1)\sqrt[6]{a}$