

17. DAI “RADICALI ASSOLUTI” AI “RADICALI IN $\mathbb{R}$ ”

E dopo questa prima fase in cui, per rendere più semplice l'impostazione della teoria, ci siamo limitati a considerare radicali a radicando positivo (≥ 0), siamo ora pronti per accettare, in certi casi (e precisamente: quando l'indice è dispari) anche un radicando negativo.

In definitiva:

I) Se INDICE è DISPARI: $\sqrt[n]{a}$

- il radicando potrà essere positivo, negativo o nullo;
- il valore del radicale, ossia il risultato dell'estrazione di radice, avrà lo stesso segno del radicando, quindi sarà, rispettivamente, positivo, negativo o nullo.

Esempi:

$$\sqrt[3]{8} = 2;$$

$$\sqrt[3]{-125} = -5;$$

$$\sqrt[3]{0} = 0;$$

$$\sqrt[3]{-10} = -2,154... \text{ (notare che è } \sqrt[3]{-10} = -\sqrt[3]{10} \text{; in generale, si ha sempre } \sqrt[n]{-x} = -\sqrt[n]{x} \text{)}$$

II) Se INDICE è PARI: $\sqrt[n]{a}$

- il radicando dovrà essere positivo o nullo, altrimenti la radice non si potrebbe estrarre (operazione impossibile; ne riparleremo, comunque, quando introdurremo l'insieme $\mathbb{C}$ dei “numeri complessi”);
- il valore del radicale, ossia il risultato dell'estrazione di radice, sarà QUEL NUMERO POSITIVO O NULLO che, elevato all'esponente $2n$, riproduce il radicando. Infatti la comunità matematica ha deciso, per diversi ottimi motivi, che non debba intendersi, tanto per fare un esempio, $\sqrt{9} = \pm 3$, bensì $\sqrt{9} = 3$.

Quindi, ricapitolando (IMPORTANTISSIMO!!!):

♥ IN CASO DI INDICE PARI,

SIA IL RADICANDO CHE IL RISULTATO SONO POSITIVI (≥ 0):

♪ il *radicando*, perché altrimenti l'operazione sarebbe impossibile;

♪ il *risultato*, per CONVENZIONE.

Esempi: $\sqrt[4]{16} = 2$ (e NON ± 2); $\sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}$ (e NON $\pm \frac{3}{5}$); $\sqrt{0} = 0$; $\sqrt[4]{-1} = \text{IMPOSSIBILE}$



OCCHIO, ALLORA!

L'equazione $x^2 = 144$ ha DUE soluzioni,

ma il simbolo $\sqrt{144}$ indica la sola soluzione POSITIVA!

Quella negativa si indicherà con $-\sqrt{144}$ e si potrà scrivere, in forma compatta, che le soluzioni dell'equazione data sono i due numeri $\pm\sqrt{144}$
($+\sqrt{144} = +12$, $-\sqrt{144} = -12$)

- Si può verificare che **tutte le regole di calcolo imparate per i “radicali assoluti”** (= i radicali a radicando positivo sui quali abbiamo basato fino al par. precedente la nostra trattazione) **continuano a valere anche per i “radicali in $\mathbb{R}$ ”**, ossia per quella famiglia di radicali “ampliata” che si ottiene accettando pure i radicali con indice dispari e radicando negativo.
- Per quanto riguarda i **radicali con indice pari**, **ci sono alcune delicate questioni di segno che costringono, in certi casi, ad introdurre un simbolo di valore assoluto.** Di questo argomento si occupa il paragrafo successivo.