

EQUAZIONI DI 2° GRADO CON COEFFICIENTI IRRAZIONALI

$$1) (-2x)^2 - (x+3)^2 = 6(\sqrt{2} - x)$$

$$4x^2 - x^2 - 6x - 9 = 6\sqrt{2} - 6x$$

$$3x^2 = 6\sqrt{2}$$

$$x^2 = 2 + 2\sqrt{2}$$

$$x = \pm\sqrt{2+2\sqrt{2}} = \pm\sqrt{(\sqrt{2}+1)^2} = \pm(\sqrt{2}+1)$$

$$2) x(x+4\sqrt{6}) = 126; \quad x^2 + 4x\sqrt{6} = 126;$$

$$x^2 + 4x\sqrt{6} - 126 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-4\sqrt{6} \pm \sqrt{(4\sqrt{6})^2 + 4 \cdot 126}}{2} =$$

$$= -2\sqrt{6} \pm \sqrt{24 + 126} = -2\sqrt{6} \pm \sqrt{150} =$$

$$= -2\sqrt{6} \pm \sqrt{25 \cdot 6} = -2\sqrt{6} \pm 5\sqrt{6} = \begin{cases} -7\sqrt{6} \\ 3\sqrt{6} \end{cases}$$

$$3) x^2 + 2\sqrt{5}(5-2x) = 2(2x-9)$$

Svolgiamo innanzitutto i calcoli, trasportiamo e ordiniamo per portare sotto la forma $ax^2 + bx + c = 0$... (NOTA)

$$x^2 + 10\sqrt{5} - 4x\sqrt{5} = 4x - 18$$

$$x^2 - 4x\sqrt{5} - 4x + 18 + 10\sqrt{5} = 0$$

$$x^2 - 4(\sqrt{5}+1)x + 2(9+5\sqrt{5}) = 0$$

... e a questo punto applichiamo la formula (ridotta con $a=1$, quindi "ridottissima"), con coefficienti

$$a=1 \quad b=-4(\sqrt{5}+1) \quad c=2(9+5\sqrt{5}) :$$

$$\begin{aligned} x_{1,2} &= 2(\sqrt{5}+1) \pm \sqrt{[2(\sqrt{5}+1)]^2 - 2(9+5\sqrt{5})} = \\ &= 2(\sqrt{5}+1) \pm \sqrt{4(\sqrt{5}+1)^2 - 18 - 10\sqrt{5}} = \\ &= 2(\sqrt{5}+1) \pm \sqrt{4(5+1+2\sqrt{5}) - 18 - 10\sqrt{5}} = \\ &= 2\sqrt{5} + 2 \pm \sqrt{24 + 8\sqrt{5} - 18 - 10\sqrt{5}} = \\ &= 2\sqrt{5} + 2 \pm \sqrt{6 - 2\sqrt{5}} = \\ &= 2\sqrt{5} + 2 \pm \sqrt{(\sqrt{5}-1)^2} = \\ &= 2\sqrt{5} + 2 \pm (\sqrt{5}-1) = \begin{cases} 2\sqrt{5} + 2 - \sqrt{5} + 1 = \sqrt{5} + 3 \\ 2\sqrt{5} + 2 + \sqrt{5} - 1 = 3\sqrt{5} + 1 \end{cases} \end{aligned}$$

$$4) 3(x-1)(\sqrt{3}+1) = 2x^2$$

$$3(x\sqrt{3} + x - \sqrt{3} - 1) = 2x^2; \quad 3x\sqrt{3} + 3x - 3\sqrt{3} - 3 = 2x^2;$$

$$-2x^2 + 3x\sqrt{3} + 3x - 3\sqrt{3} - 3 = 0; \quad 2x^2 - 3x\sqrt{3} - 3x + 3\sqrt{3} + 3 = 0$$

$$2x^2 - 3x(\sqrt{3}+1) + 3(\sqrt{3}+1) = 0$$

$$Ci siamo! \quad a=2, \quad b=-3(\sqrt{3}+1), \quad c=3(\sqrt{3}+1)$$

$$\begin{aligned} x_{1,2} &= \frac{3(\sqrt{3}+1) \pm \sqrt{9(\sqrt{3}+1)^2 - 24(\sqrt{3}+1)}}{4} = \frac{3\sqrt{3} + 3 \pm \sqrt{9(3+1+2\sqrt{3}) - 24\sqrt{3} - 24}}{4} = \\ &= \frac{3\sqrt{3} + 3 \pm \sqrt{36 + 18\sqrt{3} - 24\sqrt{3} - 24}}{4} = \frac{3\sqrt{3} + 3 \pm \sqrt{12 - 6\sqrt{3}}}{4} = \frac{3\sqrt{3} + 3 \pm \sqrt{(3-\sqrt{3})^2}}{4} = \\ &= \frac{3\sqrt{3} + 3 \pm (3-\sqrt{3})}{4} = \begin{cases} \frac{3\sqrt{3} + 3 - 3 + \sqrt{3}}{4} = \frac{4\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3} \\ \frac{3\sqrt{3} + 3 + 3 - \sqrt{3}}{4} = \frac{2\sqrt{3} + 6}{4} = \frac{\sqrt{3} + 3}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

NOTA

Si porta tutto a primo membro:
prima i termini con x^2 ,
poi i termini con x ,
infine gli altri (termini noti).

Se i termini contenenti x^2 sono più d'uno,
fra essi si raccoglie x^2 ;
se i termini contenenti x sono più d'uno,
fra essi si raccoglie x .

Avrai osservato che è nostra abitudine,
quando ci serviamo della formula,
applicarla sempre

♪ PRIMA col “-”
♪ e POI col “+”.

Ciò è conveniente perché in tal modo,
se, come di norma accade,
il denominatore è positivo,
la soluzione ricavata per prima
sarà la minore fra le due;
ossia, ci ritroveremo automaticamente
le due soluzioni
ordinate per valori crescenti.

E questo ci farà comodo,
in particolare,
quando dalle equazioni di 2° grado
passeremo alle disequazioni.