

d) REGOLA DI CARTESIO

Questa regola

permette di stabilire qual è il segno delle soluzioni di un'equazione di 2° grado assegnata (vale a dire: di stabilire se sono entrambe positive, oppure entrambe negative, oppure discordi) senza risolvere l'equazione stessa.

Premessa

In un'equazione di 2° grado, diciamo che vi è una “**permanenza**” se due coefficienti consecutivi hanno lo stesso segno; che vi è una “**variazione**” se due coefficienti consecutivi hanno segni opposti.

$$\text{Esempio: } x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$\begin{array}{ccc} + & - & - \\ & \vee & \wedge \\ & \text{V} & \text{P} \end{array}$$

REGOLA DI CARTESIO

In un'equazione di 2° grado $ax^2 + bx + c = 0$,

- ad ogni PERMANENZA corrisponde una soluzione NEGATIVA,
- e a ogni VARIAZIONE corrisponde una soluzione POSITIVA;

nel caso, poi, che si abbia

una permanenza e poi una variazione, oppure una variazione seguita da una permanenza, la soluzione di valore assoluto maggiore è:

quella negativa, se viene prima la permanenza, quella positiva se viene prima la variazione.

NOTA: naturalmente, la regola di Cartesio vale soltanto a condizione che sia $\Delta \geq 0$, perché se $\Delta < 0$ non si hanno soluzioni in \mathbb{R} ; volendo, le soluzioni esistono in \mathbb{C} , ma quando ci riferiamo a numeri complessi non ha senso parlare di “positività” o “negatività”.

Specchietto per la dimostrazione della regola di Cartesio

a	b	c	Situazione permanenze e variazioni	$\frac{x_1 x_2}{\frac{c}{a}}$	$\frac{x_1 + x_2}{-\frac{b}{a}}$	x_1	x_2	Soluzione di valore assoluto maggiore (in caso di soluzioni discordi)
+	+	+	2 permanenze	+	-	-	-	
+	+	-	1 permanenza e poi 1 variazione	-	-	-	+	quella negativa
+	-	+	2 variazioni	+	+	+	+	
+	-	-	1 variazione e poi 1 permanenza	-	+	-	+	quella positiva

NOTA allo specchietto

Nello specchietto si suppone sempre che il 1° coefficiente sia positivo, perché questa ipotesi *non è restrittiva*: se, infatti, il 1° coefficiente fosse negativo, potremmo sempre cambiare tutti i segni, riconducendoci ad un 1° coefficiente positivo; ... e così facendo, le permanenze resterebbero permanenze, le variazioni resterebbero variazioni, e le soluzioni non cambierebbero.

E
S
E
M
P
I

a) $45x^2 - 18x + 1 = 0$

$$\begin{array}{ccc} + & - & + \\ & \vee & \wedge \\ & \text{V} & \text{V} \end{array}$$

2 Variazioni, quindi: 2 soluzioni positive.

b) $x^2 + 2x - 48 = 0$

$$\begin{array}{ccc} + & + & - \\ & \wedge & \vee \\ & \text{P} & \text{V} \end{array}$$

1 Permanenza seguita da 1 Variazione: quindi, soluzioni discordi, e la soluzione “prevalente” (= di valore assoluto maggiore) è quella negativa, perché viene prima la permanenza.

c) $x^2 - 6x + 10 = 0$

ATTENZIONE:
qui la regola non è applicabile, perché è $\Delta < 0$



ESERCIZIO. Stabilisci quante sono le soluzioni *reali positive* dell'equazione di 2° grado $x^2 - 4x + k = 0$

a) Se $k = 12$ b) Se $k = -12$ c) Se $k = 1$ Risposte: nell'ordine, le 3 cifre dopo la virgola del numero decimale che corrisponde alla frazione $3/250$