2. LE “SOLUZIONI TROVATE PER STRADA”

Quando, in un’equazione,
càpita di poter semplificare per un’espressione contenente l’incognita,
la semplificazione si può effettuare, ma a patto di tener conto che
i valori dell’incognita, i quali annullano l’espressione per cui si semplifica,
sono soluzioni dell’equazione!
(infatti, se sostituiti in essa, la trasformerebbero nell’uguaglianza vera $0 = 0$)

Quindi occorrerà annotare a margine tali valori,
che mi piace chiamare, come faceva il mio caro insegnante di Liceo prof. Giampaolo Bandi,
“**soluzioni trovate per strada**”.

Esempio:

$$(3x-6)\left(x^2-x+1\right)=x^2-4$$

$$3\cancel{(x-2)}\left(x^2-x+1\right)=(x+2)\cancel{(x-2)} \qquad \boxed{\begin{array}{c} x=2 \ \textit{soluzione} \\ \textit{"trovata per strada"!!!} \end{array}}$$

$$3x^2-3x+3=x+2$$

$$3x^2-4x+1=0$$

$$x=\frac{2\pm\sqrt{4-3}}{3}=\left\langle\begin{array}{l}\boxed{1/3}\\ \boxed{1}\end{array}\right.$$

$$\boxed{\text{Riepilogo soluzioni: } x=2,\ x=1/3,\ x=1}$$

Si poteva anche procedere così:

$$3(x-2)\left(x^2-x+1\right)=(x+2)(x-2)$$

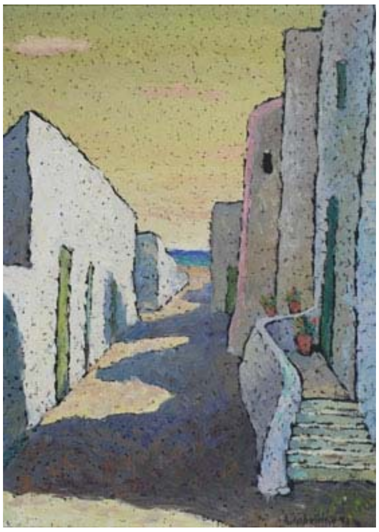
$$3(x-2)\left(x^2-x+1\right)-(x+2)(x-2)=0$$

$$(x-2)\left(3x^2-3x+3-x-2\right)=0$$

$$(x-2)\left(3x^2-4x+1\right)=0$$

$$x-2=0 \quad \vee \quad 3x^2-4x+1=0$$

$$x=2 \quad \vee \quad x=1/3 \ \vee \ x=1$$



Arturo Gibellino di Gattinara,
Strada che porta al mare ed oltre (1971)

IN GENERALE:

- $\boxed{A(x)\cdot B(x)=A(x)\cdot C(x)}$

  $\cancel{A(x)}\cdot B(x)=\cancel{A(x)}\cdot C(x)$ semplifico, ma risolvo la $\boxed{A(x)=0}$ e tengo conto che le sue soluzioni sono soluzioni anche dell'equazione data

  Proseguo poi con la $\boxed{B(x)=C(x)}$ alla ricerca di altre soluzioni

  OPPURE:

- $\boxed{A(x)\cdot B(x)=A(x)\cdot C(x)}$

  $A(x)\cdot B(x)-A(x)\cdot C(x)=0$

  $A(x)\left[B(x)-C(x)\right]=0$

  $$\boxed{A(x)=0} \ \vee \ B(x)-C(x)=0$$

  $$\Updownarrow$$

  $$\boxed{B(x)=C(x)}$$

  Resta confermato anche in questo modo "alternativo" che le soluzioni della
  $A(x)\cdot B(x)=A(x)\cdot C(x)$
  sono

  $$\left\langle\begin{array}{l}\text{tutte le soluzioni della } A(x)=0\\ \text{più tutte le soluzioni dell'equazione "semplificata" } B(x)=C(x)\end{array}\right.$$