

♥ RIASSUNTO DELLA TEORIA

a) Se si elevano al quadrato, o comunque ad **ESPONENTE PARI**, ambo i membri di un'equazione, si perviene a una nuova equazione, che *conserva tutte le soluzioni dell'equazione di partenza*, ma *potrebbe anche ammettere soluzioni estranee all'equazione di partenza*, e quindi *non accettabili*. Occorrerà, perciò, alla fine, "**FARE LA VERIFICA**", ossia prendere ogni soluzione trovata e sostituirla nell'equazione iniziale per vedere se è accettabile o no (NOTA).

b) Invece se si elevano al cubo (o, più in generale, ad un **ESPONENTE DISPARI**) ambo i membri di un'equazione, si perviene sempre ad un'equazione equivalente a quella data. In questo caso, dunque, **LA VERIFICA FINALE DI ACCETTABILITÀ NON È NECESSARIA**.

NOTA - *E' possibile (ma noi in questo volume non ce ne occuperemo)*

impostare dei metodi, basati sulle disequazioni, che permettono di trovare

le "condizioni a priori di accettabilità" e quindi di evitare la verifica finale per sostituzione.

ESERCIZI SULLE EQUAZIONI IRRAZIONALI (clicca sulla freccia per la correzione)

- 1) $\sqrt{2x+3} - x = 0$ 2) $\sqrt{12x-2} = 6x-1$ 3) $2\sqrt{20+x} + x = 4$ 4) $\sqrt{3x-5} + 1 = x$
 5) $\sqrt{5x-1} + 2x = 1$ 6) $2\sqrt{x+3} = x$ 7) $2\sqrt{x} + 3 = x$ 8) $4\sqrt{5x-4,76} = 3,2$
 9) $\frac{2\sqrt{3-x+1}}{x} = 3 \Rightarrow$ 10) $2(2\sqrt{x-1}+1) = x \Rightarrow$ 11) $\frac{x+3}{2} = \sqrt{x(x+1)-3}$ 12) $\sqrt[3]{x^3-4} + 2 = x \Rightarrow$
 13) $\sqrt[3]{3x-5} = x-1$ 14) $\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1} - \sqrt{2x} = 0$ 15) $\sqrt{x+6} + \sqrt{x+1} - 5 = 0$ 16) $\sqrt{1-3x} - \sqrt{3-x} = 4$
 17) $\sqrt{x} - \frac{\sqrt{x-5}}{2} = 2$ 18) $\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1} = \sqrt{x} \Rightarrow$ 19) $2\sqrt{\frac{x}{2}+2} + \sqrt{x-3} = 5$ 20) $\sqrt{\frac{x+9}{2}} + 1 = \sqrt{8-x}$
 21) $\sqrt{x+3} - 3\sqrt{x} + 5 = 0$ 22) $2\sqrt{x-5} - \sqrt{x-8} - \sqrt{x} = 0$ 23) $2\sqrt{7+x} - \sqrt{2-x} = 6$
 24) $\sqrt{x+8} - \sqrt{x+3} - \sqrt{x} + \sqrt{x-1} = 0$ 25) $\sqrt{x-1} + \sqrt{x} - \sqrt{x-2} = \sqrt{x+3}$ 26) $1 + 3\sqrt{x^2+1} = 2\sqrt{3x^2+1} \Rightarrow$
 27) $2\sqrt[3]{x} = x$ 28) $\sqrt[5]{2x-3} = 2$ 29) $\sqrt[6]{-x} = \sqrt{-x}$
 30) $\sqrt[3]{x^4+6x^2} = 3 \Rightarrow$ 31) $\sqrt[3]{x^4-1} = 2$ 32) $\sqrt[4]{x} - \sqrt{2x-1} = 0 \Rightarrow$
 33) $\sqrt[6]{x} = 10 - \sqrt{x}$ Poni $\sqrt[6]{x} = t$ da cui $\sqrt{x} = \dots \Rightarrow$ 34) $\sqrt[8]{x} + \sqrt{x} = 2\sqrt[4]{x} \Rightarrow$

35) Da cosa si riconosce immediatamente che l'equazione $4\sqrt{\frac{x-1}{3}} + \sqrt{\frac{x+1}{2}} + 1 = 0$ è impossibile?

36) Risolvi l'equazione $x - 6\sqrt{x} - 135 = 0$ ponendo $\sqrt{x} = y$

37) Risolvi $x^2 - 22 = \sqrt{x^2 - 16}$ con la posizione $\sqrt{x^2 - 16} = y$

38) Risolvi $1,2345x - 3,4567\sqrt{x} + 2,3456 = 0$

I) ponendo dapprima $\sqrt{x} = y$ II) determinando i valori di y con l'aiuto di un foglio elettronico

III) e servendoti sempre del foglio elettronico per risalire ai valori di x , da arrotondare a 4 cifre decimali

39) Risolvi $\sqrt{x+10,2} = x-1,8$ ponendo $x+0,2 = y$

40) $x + \sqrt{1-x^2} = 5^{-1}$

41) $x = 3(\sqrt{x+1}-1)$

42) $\sqrt{3^{-1}(x-1)(x+1)} + 3 = x$

43) $2(x^2 - x - 2)^{\frac{1}{2}} = x^2 - x - 2$

44) $\sqrt{\frac{x-4}{x+3}} = 2 + 3\sqrt{\frac{x+3}{x-4}}$

45) $\frac{1}{8}\sqrt{\frac{x}{2x-1}} = \frac{2x-1}{x}$

46) $\sqrt{\frac{x-13}{x-7}} + \sqrt{\frac{x-13}{x-7}} + 12 = \sqrt{\frac{x-13}{x-7}} + 32$

47) $\sqrt{\frac{x-\sqrt{x}}{2}} = \frac{x-\sqrt{x}}{2}$

48) $\sqrt{x(x-2)} = \frac{2^2 - (2+2^{-1}x) + 1}{\sqrt{2}}$

49) $\sqrt[3]{3 + (x-1)^{\frac{1}{2}} + 6(x-1)^{-\frac{1}{2}}} = 2$

50) $\sqrt[4]{1 + \sqrt[3]{1 + \sqrt{1+x}}} = 2$

51) $\sqrt[3]{1 - \frac{1}{\sqrt[3]{x-1}}} = 2$

52) $\sqrt[4]{2x - 2\sqrt[3]{x-2}} = \sqrt{2}$

53) $2(\sqrt{2-x^2} - 1) = x+1$

54) $\sqrt{0,5x+0,75} = 0,25x+0,75$

55) $\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x-1}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}} = \frac{5\sqrt{x}+1}{x-1} \Rightarrow$

56) $x + 2\sqrt{\frac{x}{x+3}} = 0$

57) $\sqrt{2-\sqrt{x-1}} = \sqrt{x-1} - \sqrt{2+\sqrt{x-1}}$

58) $\sqrt{\frac{2x+1}{4x-1}} = \frac{1}{x}$

59) $\sqrt{\frac{x}{2}-1} + \sqrt{\frac{x}{2}+3} = 2$

60) $\sqrt{\frac{x}{x+2}} + \sqrt{\frac{x+2}{x}} = \frac{10}{3}$

*Problemi geometrici
con equazione risolvente irrazionale
si trovano alle pagine 254-255 e 257*

$$61) \sqrt{\frac{1-x}{2}} + \sqrt{\frac{2-x}{3}} = \sqrt{\frac{5(4-x)-1}{6}} \quad 62) \sqrt{\frac{x+5}{x}} + \frac{x+14}{x} = 3 \quad 63) 16 \cdot \left(1,25\sqrt{x+1} + \frac{0,75}{\sqrt{x+1}} \right) = 31$$

$$64) \frac{2}{3-\sqrt{x}} + \frac{1}{9-x} = 2 + \frac{1}{3+\sqrt{x}} \quad 65) \sqrt[4]{3-2\sqrt{x^2-3}} = \sqrt{\frac{x}{2}} \quad 66) \left(\frac{\sqrt[3]{x+3} + \sqrt[3]{x+22}}{\sqrt[3]{x+3} - \sqrt[3]{x+22}} \right)^2 = 25$$

$$67) \sqrt{x^2+2x} + \sqrt[4]{x^2+6x+8} + \sqrt[8]{x^2+x-2} + \sqrt[10]{x^3+6x^2+12x+8} = 0 \quad 68) (\sqrt{x}-x+6)(\sqrt{x}-2x+1) = 0$$

69) Da www.classzone.com:

Marcy began solving $x^{2/3} = 5$ by cubing each side.

What will she have to do next? What could she have done to solve the equation in just one step?

70) In un rettangolo l'altezza è di 20 cm, e misura 2 metri la somma della base con la diagonale. Determina il perimetro del rettangolo.

71) Determina un intero sapendo che sommandogli 20 e sottraendogli 20 si ottengono due numeri, le cui radici quadrate differiscono di 4 unità.

72) Determina due numeri sapendo che sommandoli si ottiene 80, e sommandone le radici quadrate si ottiene invece 12.

Le seguenti tre equazioni sono un po' "particolari": per risolverle, occorre a un certo punto effettuare un raccoglimento a fattor comune e ... sfruttare nuovamente l'uguaglianza iniziale!

$$73) \sqrt[3]{6+x} + \sqrt[3]{3-x} = 3 \Rightarrow 74) \sqrt[3]{x+7} - \sqrt[3]{x-12} = 1 \quad 75) \frac{\sqrt[3]{9+x} + \sqrt[3]{9-x}}{3} = \sqrt[3]{2}$$

SOLUZIONI (le eventuali soluzioni non accettabili sono fra parentesi quadre)

$$1) 3 [-1] \quad 2) \frac{1}{6}; \frac{1}{2} \quad 3) -4 [16] \quad 4) 2; 3 \quad 5) \frac{1}{4} [2] \quad 6) 6 [-2] \quad 7) 9 [1] \quad 8) 1,08 \quad 9) \frac{11}{9} [-1]$$

$$10) 10 + 4\sqrt{5} [10 - 4\sqrt{5}] \quad 11) -\frac{7}{3}; 3 \quad 12) \frac{3-\sqrt{3}}{3}; \frac{3+\sqrt{3}}{3} \quad 13) -1; 2 \quad 14) 1 [-1] \quad 15) 3$$

$$16) -33 [-1] \quad 17) \frac{49}{9}; 9 \quad 18) impossibile \quad 19) 4 [124] \quad 20) -1 \left[\frac{47}{9} \right] \quad 21) \frac{121}{16} [1] \quad 22) 9$$

$$23) 2 [-94/25] \quad 24) 1 \quad 25) 49/24 \quad 26) -2\sqrt{2}; 2\sqrt{2} [0] \quad 27) 0; -2\sqrt{2}; 2\sqrt{2} \quad 28) 35/2$$

$$29) -1; 0 [1] \quad 30) -\sqrt{3}; \sqrt{3} \quad 31) -\sqrt{3}; \sqrt{3} \quad 32) 1 [1/4] \quad 33) 64 \quad 34) 0; 1; \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2} \right)^8$$

35) Un radicale con indice pari non può assumere valore negativo quindi la somma a 1° m. non potrà ...

$$36) 225 \quad 37) \pm 5 \quad 38) 1,3339; 2,7065 \quad 39) 5,8 \quad 40) -3/5 [4/5] \quad 41) 0; 3 \quad 42) 7 [2] \quad 43) -2, -1, 2, 3$$

$$44) -\frac{31}{8} \quad 45) \frac{4}{7} \quad 46) 5 \quad 47) 0; 1; 4 \quad 48) -2; \frac{18}{7} \quad 49) 5; 10 \quad 50) 11383875 \quad 51) \frac{342}{343} \quad 52) 1; 2; 3$$

$$53) -1; -\frac{1}{5} \quad 54) -1; 3 \quad 55) \frac{1}{4} [1] \quad 56) 0; -4 [1] \quad 57) 5 [1] \quad 58) 1; \frac{-3+\sqrt{17}}{4} \left[\frac{-3-\sqrt{17}}{4} \right] \quad 59) 2 \quad 60) \frac{1}{4}; -\frac{9}{4}$$

$$61) -1 [4] \quad 62) \frac{49}{3} [4] \quad 63) -\frac{9}{25}; -\frac{7}{16} \quad 64) 4 \left[\frac{49}{4} \right] \quad 65) 2 [-2; \pm 2\sqrt{21}] \quad 66) 5; -30 (y^2 = 25 \Leftrightarrow y = \pm 5)$$

67) -2 (una somma di quantità non negative può annullarsi solo se si annulla ciascuna delle quantità ... e tutti i radicali presenti si annullano per uno stesso valore di x, che è -2)

$$68) 9; 1 [4; 1/4] (a \cdot b = 0 \Leftrightarrow a = 0 \vee b = 0 \text{ quindi l'equazione equivale a } \sqrt{x} - x + 6 = 0 \vee \sqrt{x} - 2x + 1 = 0)$$

$$69) x^{2/3} = 5; (x^{2/3})^3 = 5^3; x^2 = 125; x = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$$

(quando l'esponente è frazionario si intende che la base non possa essere negativa!);

$$\text{oppure: } x^{2/3} = 5; (x^{2/3})^{3/2} = 5^{3/2}; x = \sqrt{5^3} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$$

$$70) 238 \text{ cm} \quad 71) 29 \quad 72) 16 \text{ e } 64 \quad 73) -5; 2: \text{ vedi (*) qui sotto} \quad 74) 20; -15 \quad 75) \pm 7$$

$$(*) \left(\sqrt[3]{6+x} + \sqrt[3]{3-x} \right)^3 = 3^3$$

$$6+x + 3\sqrt[3]{(6+x)^2} \cdot \sqrt[3]{3-x} + 3\sqrt[3]{6+x} \cdot \sqrt[3]{(3-x)^2} + 3-x = 27 \quad 9 + 3\sqrt[3]{(6+x)(3-x)} \underbrace{\left(\sqrt[3]{6+x} + \sqrt[3]{3-x} \right)}_{=3} = 27 \quad \dots$$