9. RISOLUZIONE GRAFICA DI UN'EQUAZIONE

Per risolvere graficamente un'equazione $\boxed{f(x)=g(x)}$

si rappresentano, in uno stesso riferimento cartesiano, le due funzioni $y=f(x);\quad y=g(x)$
e si vanno a ricercare quei valori di x per i quali la y corrispondente è la medesima.

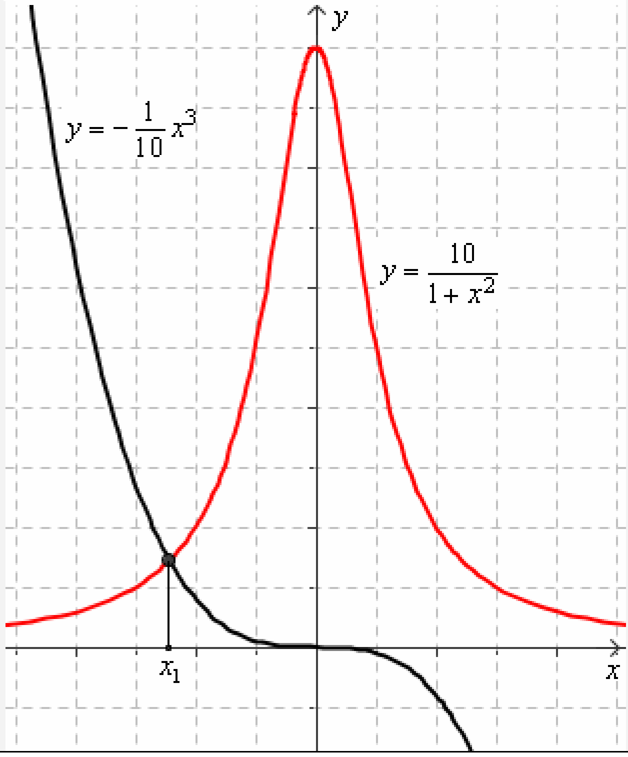
In altre parole,

♥ **si vanno a individuare i punti di intersezione fra le due curve $y=f(x),\ y=g(x)$,
e si prendono le ASCISSE di questi punti.
Tali ascisse sono le soluzioni dell'equazione data.**

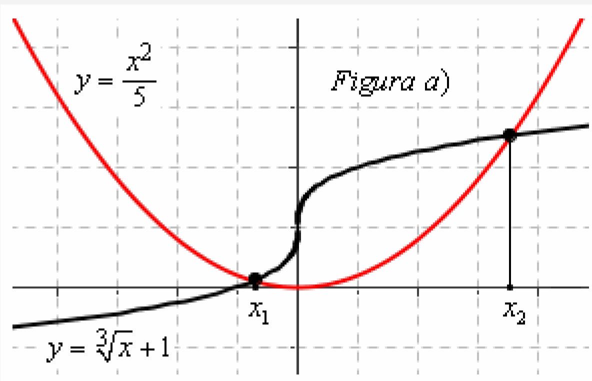
Di norma, la risoluzione grafica consente di determinare le soluzioni soltanto **in modo approssimato**.

$$\boxed{\frac{10}{1+x^2}=-\frac{1}{10}x^3}$$

La curva "a campana"
è il grafico della funzione
$$y=\frac{10}{1+x^2}$$
mentre l'altra curva,
quella "a serpentina",
è il grafico della funzione
$$y=-\frac{1}{10}x^3.$$
La rappresentazione grafica
mostra che l'equazione
ha una e una sola soluzione:
$$-3<x_1<-2$$
Un grafico più preciso,
tracciato magari
su carta millimetrata,
porterebbe a stabilire,
più precisamente, che
$$-2,5<x_1<-2,4$$



x	1° membro y	2° membro y
–6	0,27	21,6
–5	0,38	12,5
–4	0,59	6,4
–3	1,00	2,7
–2	2,00	0,8
–1	5,00	0,1
0	10,00	0
1	5,00	0,1
2	2,00	0,8
3	1,00	2,7
4	0,59	6,4
5	0,38	12,5
6	0,27	21,6



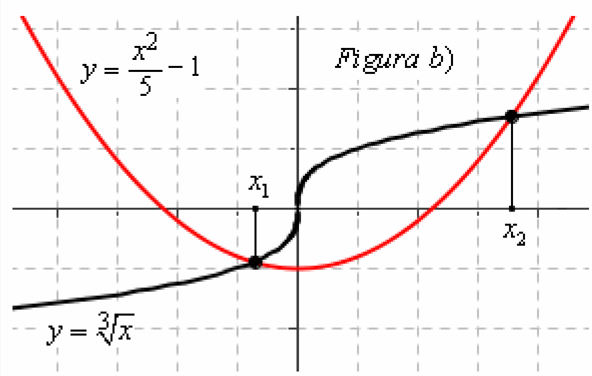
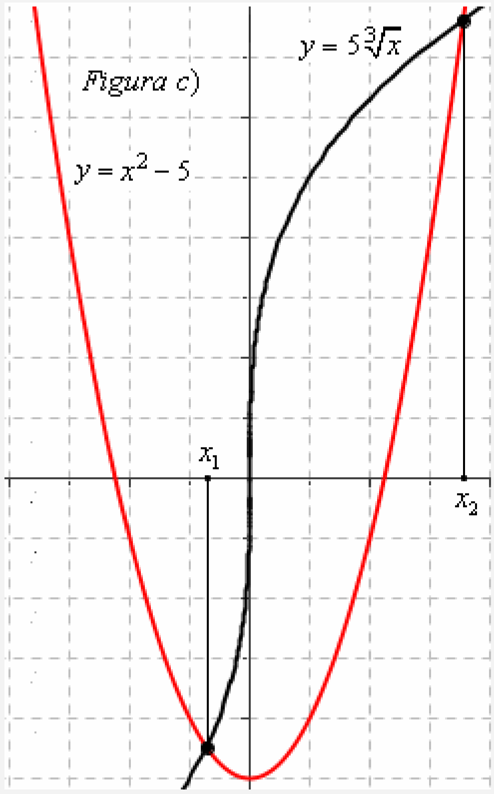
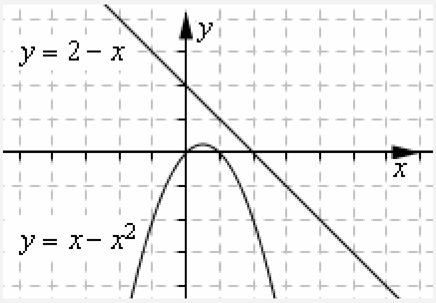


Figura a):
$$\boxed{\frac{x^2}{5}=\sqrt[3]{x}+1}$$
Figura b):
$$\boxed{\frac{x^2}{5}-1=\sqrt[3]{x}}$$
Figura c):
$$\boxed{x^2-5=5\sqrt[3]{x}}$$

Queste tre
equazioni
sono
equivalenti:
ciascuna ha
le due
soluzioni
$$-1<x_1<0$$
$$3<x_2<4$$





$$\boxed{x-x^2=2-x}$$

Le due curve non si intersecano:
l'equazione è IMPOSSIBILE.

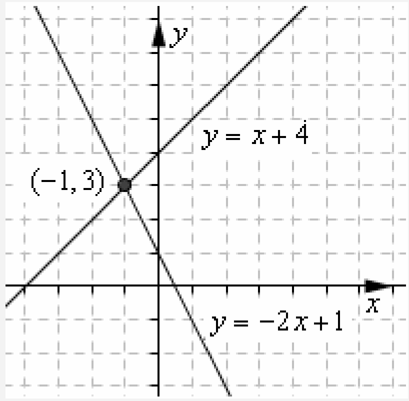
Questa figura risolve il SISTEMA IN DUE INCOGNITE

$$\boxed{\begin{cases} x-y=-4 \\ 2x+y=1 \end{cases}}$$

Lo si scrive nella forma

$$\begin{cases} y=x+4 \\ y=-2x+1 \end{cases}$$

e si tracciano i grafici delle due rette. La soluzione del sistema è la coppia (x, y) delle coordinate del punto di intersezione.



ESERCIZI

1) Risolvi graficamente l'equazione $\sqrt{x}=(x-2)^2$
tracciando sullo stesso riferimento cartesiano i grafici delle due funzioni $y=\sqrt{x}$, $y=(x-2)^2$
Assegna alla variabile indipendente i seguenti valori:
0 0,5 1 1,5 2 2,5 3 3,5 4
In tal modo, determinerai le soluzioni "a meno di 0,5", cioè:
con un errore di approssimazione inferiore a 0,5.

2) Risolvi graficamente le seguenti equazioni, approssimando le soluzioni a meno di $0{,}5$:
a) $x^2-x=x+2$ b) $x^2=2x+2$ c) $x^2-2x-2=0$ (NOTA)
Risolvi poi algebricamente le equazioni date
(che, come avrai notato, sono tutte equivalenti fra loro, quindi si riducono a una sola)
e verifica che le soluzioni determinate esattamente con la risoluzione algebrica
coincidono con quelle localizzate approssimativamente con la risoluzione grafica.
NOTA. Qui il 2° membro è 0, quindi la funzione corrispondente è la funzione costante $y=0$,
il cui grafico coincide con l'asse delle ascisse

3) Risolvi graficamente le seguenti equazioni, approssimando le soluzioni a meno di un'unità:
a) $x^3=x^2+1$ b) $\frac{1}{x}=4-x$ c) $1-x^2=\frac{4}{x}$ d) $x^3=x^2+2x$ e) $-\frac{2}{x}=\sqrt{x}-3$ f) $|x|=2x+3$
g) $|x|=\frac{1}{2}x+4$ h) $\sqrt{x}=|x|-1$ i) $x^4=5-2x$ l) $\frac{4}{x^2+1}=1$ m) $\frac{1}{5}x+1=\sqrt{x}$ n) $2\sqrt{x}=4x-x^2$

4) Risolvi graficamente le seguenti equazioni.
Confronta poi l'esito della risoluzione grafica, con la risoluzione algebrica.
a) $-\frac{1}{x}=2x+3$ b) $x^3=2x+1$ c) $x^4=x^2$ d) $x^2=(x+1)^2$
e) $2x+1=10-x$ f) $2x+1=2x+3$ g) $\sqrt{x}=x$ h) $\sqrt[3]{x}=x$
i) $\frac{6}{x-1}=-x$ j) $2\sqrt{x}=x-1$ k) $\sqrt{x+2}=x$ l) $\sqrt{x}+2=\frac{1}{x}$

5) Risolvi i seguenti sistemi di 1° grado in 2 incognite, isolando *y* in ciascuna equazione, disegnando le due rette su di uno stesso piano cartesiano, e individuando le coordinate del loro punto di intersezione.
a) $\begin{cases} x+y=3 \\ 3x-y=5 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x-y=0 \\ 4x+2y=3 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x-2y+1=0 \\ y=x+2 \end{cases}$ d) $\begin{cases} y=1-x \\ y=3-x \end{cases}$ e) $\begin{cases} y=x \\ x+y=0 \end{cases}$

RISPOSTE

1) $x_1=1$; $3<x_2<3{,}5$ 2) Graf.: $-1<x_1<-0{,}5$; $2{,}5<x_2<3$. Alg.: $x_1=1-\sqrt{3}\approx-0{,}732$; $x_2=1+\sqrt{3}\approx 2{,}732$
3) a) 1 *soluzione*: $1<x<2$ b) $0<x_1<1$, $3<x_2<4$ c) $-2<x<-1$ d) $-1, 0, 2$
e) $x_1=1$, $7<x_2<8$ f) $x=-1$ g) $-3<x_1<-2$, $x_2=8$ h) $2<x<3$ i) $-2<x_1<-1$, $1<x_2<2$
l) $-2<x_1<-1$, $1<x_2<2$ m) $1<x_1<2$, $13<x_2<14$ n) $x_1=0$, $0<x_2<1$, $2<x_3<3$
4, 5) Vedi risoluzione algebrica. Per 4l): $x^3-4x^2+4x-1=(x-1)(x^2+x+1)-4x(x-1)=(x-1)(x^2-3x+1)$