

3. SISTEMI DI GRADO SUPERIORE AL 1° CON TRE O PIU' INCOGNITE

1)

$$\begin{cases} x + 2y + z = 5 \\ x - y - z = 0 \\ xy + xz + yz = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y + z & \text{isolo un'incognita dall'equazione più semplice,} \\ y + z + 2y + z = 5 & \text{e vado poi a sostituire nelle altre due equazioni...} \\ (y + z)y + (y + z)z + yz = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y + z \\ 3y + 2z = 5 & \dots \text{le quali formeranno un "sotto-sistema"} \\ y^2 + yz + yz + z^2 + yz = 5 & y^2 + 3yz + z^2 = 5 \quad \text{con un'incognita in meno} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y + z \\ z = \frac{5-3y}{2} & \text{dopodiché risolvo, per sostituzione, il sotto-sistema} \\ y^2 + 3y \cdot \frac{5-3y}{2} + \left(\frac{5-3y}{2}\right)^2 = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y + z \\ z = \frac{5-3y}{2} \\ y^2 + \frac{15y-9y^2}{2} + \frac{25-30y+9y^2}{4} = 5; \quad 4y^2 + 30y - 18y^2 + 25 - 30y + 9y^2 = 20; \quad -5y^2 = -5; \quad y^2 = 1; \quad y = \pm 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ z = \frac{5-3y}{2} = \frac{5-3}{2} = 1 \\ x = y + z = 1 + 1 = 2 \end{cases} \quad \vee \quad \begin{cases} y = -1 \\ z = \frac{5-3y}{2} = \frac{5+3}{2} = 4 \\ x = y + z = -1 + 4 = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases} \quad \vee \quad \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \\ z = 4 \end{cases}$$

Ma ecco una **variante più efficace** del procedimento risolutivo:



$$\begin{cases} x + 2y + z = 5 \\ x - y - z = 0 \\ xy + xz + yz = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y + z & \text{isolo un'incognita da una delle equazioni più semplici} \\ y + z + 2y + z = 5 & \text{e sostituisco nell'altra equazione semplice} \\ xy + xz + yz = 5 & \text{non toccando, per ora, l'equazione più complicata} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y + z \\ 3y + 2z = 5 & \dots \text{lavoro sempre sulle prime due equazioni, con l'obiettivo} \\ xy + xz + yz = 5 & \text{di esprimere due delle incognite in funzione dell'incognita rimanente...} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y + z \\ z = \frac{5-3y}{2} \\ xy + xz + yz = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} z = \frac{5-3y}{2} \\ x = y + z = y + \frac{5-3y}{2} = \frac{2y+5-3y}{2} = \frac{5-y}{2} \\ xy + xz + yz = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} z = \frac{5-3y}{2} \\ x = \frac{5-y}{2} \end{cases} \quad \text{e solo dopo aver raggiunto questo obiettivo, sostituisco nella terza equazione} \\ \text{ottenendo direttamente un'equazione con una sola incognita}$$

$$\frac{5-y}{2} \cdot y + \frac{5-y}{2} \cdot \frac{5-3y}{2} + y \cdot \frac{5-3y}{2} = 5; \quad \frac{5y-y^2}{2} + \frac{25-15y-5y+3y^2}{4} + \frac{5y-3y^2}{2} = 5; \quad \dots \quad y = \pm 1$$

$$\begin{cases} y=1 \\ z = \frac{5-3y}{2} = \frac{5-3}{2} = 1 \\ x = \frac{5-y}{2} = \frac{5-1}{2} = 2 \end{cases} \quad \vee \quad \begin{cases} y=-1 \\ z = \frac{5-3y}{2} = \frac{5+3}{2} = 4 \\ x = \frac{5-y}{2} = \frac{5+1}{2} = 3 \end{cases}$$

cioè $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \\ z=1 \end{cases} \vee \begin{cases} x=3 \\ y=-1 \\ z=4 \end{cases}$

Vuoi un CONSIGLIO DA AMICO?

DAVVERO UTILISSIMO?

Alla fine della risoluzione di un sistema, **FAI SEMPRE LA VERIFICA**, sostituendo, nel sistema iniziale, al posto delle singole incognite, i valori rispettivamente trovati.

TUTTE le equazioni dovranno trasformarsi

in uguaglianze vere, altrimenti c'è qualcosa che non va.



ESERCIZI Vai alle correzioni degli esercizi “dispari” fino al 13) ➡

$$\begin{array}{llll} 2) \begin{cases} 2x+y-z=2 \\ x-y-z+1=0 \\ xy+z^2=2 \end{cases} & 3) \begin{cases} x+y+t=2 \\ x-t=2 \\ x^2+t^2=y^2+6 \end{cases} & 4) \begin{cases} x+y+z=7 \\ z-x-y=3 \\ x^2+yz=16 \end{cases} & 5) \begin{cases} x-2y=0 \\ y-2z=0 \\ xyz=8 \end{cases} \\ 6) \begin{cases} 3x-z=2y \\ x+z=1+y \\ x^2+z^2=3-y^2 \end{cases} & 7) \begin{cases} 2x+y=10 \\ 0,3y-0,2z=\frac{2}{5} \\ xy+z^2=9 \end{cases} & 8) \begin{cases} 2(z-1)=x \\ 2y-z=1 \\ (x-1)^2+(y+1)^2+z^2=27 \end{cases} & 9) \begin{cases} x+y+z+t=5 \\ x-y-z+t=1 \\ x-y+z-t=-1 \\ xy+zt=3 \end{cases} \\ 10) \begin{cases} 2x-y=0 \\ x+y+z=7 \\ \frac{yz-xy}{6}=1 \end{cases} & 11) \begin{cases} \frac{x}{6}+\frac{y}{3}+\frac{z}{2}-\frac{4}{3}=0 \\ 2x+y+6z=13 \\ x^2+yz=2 \end{cases} & 12) \begin{cases} 2x=1+y \\ \frac{3x-2y-t}{2}-1=0 \\ 2xt^2-y^3=1 \end{cases} & 13) \begin{cases} x^2+y^2=\frac{25}{9} \\ 5z-x-y=5/3 \\ xy=\frac{5}{3}z \end{cases} \\ 14) \begin{cases} x-y+z=6 \\ x+y+z=2 \\ x^2+yz+5=0 \end{cases} & 15) \begin{cases} x^2+y^2+2x=9 \\ z^2-4=z(z+1) \\ 2x^2+2y^2+y=11 \end{cases} & 16) \begin{cases} 2a-b=1 \\ a-2c+5=0 \\ a^2+b^2+c^2=11 \end{cases} & 17) \begin{cases} 3x-y-t=1 \\ x+yz+t=0 \\ x+y+z=0 \\ 2x+y+t=4 \end{cases} & 18) \begin{cases} ab+cd+10=0 \\ a+b-c=0 \\ a-b+c=2 \\ a-b-d=3 \end{cases} \end{array}$$

SOLUZIONI

$$\begin{array}{llll} 2) \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=1 \end{cases} \vee \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \\ z=-2 \end{cases} & 3) \begin{cases} x=3 \\ y=-2 \\ t=1 \end{cases} & 4) \begin{cases} x=-1 \\ y=3 \\ z=5 \end{cases} \vee \begin{cases} x=6 \\ y=-4 \\ z=5 \end{cases} & 5) \begin{cases} x=4 \\ y=2 \\ z=1 \end{cases} \\ 6) \begin{cases} x=-11/13 \\ y=-19/13 \\ z=5/13 \end{cases} \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=1 \end{cases} & 7) \begin{cases} x=40/7 \\ y=-10/7 \\ z=-29/7 \end{cases} \begin{cases} x=4 \\ y=2 \\ z=1 \end{cases} & 8) \begin{cases} x=4 \\ y=2 \\ z=3 \end{cases} \begin{cases} x=-4 \\ y=0 \\ z=-1 \end{cases} & 9) \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=1 \\ t=2 \end{cases} \begin{cases} x=3/2 \\ y=3/2 \\ z=1/2 \\ t=3/2 \end{cases} \\ 10) \begin{cases} x=1 \\ y=2 \\ z=4 \end{cases} \begin{cases} x=\frac{3}{4} \\ y=\frac{3}{2} \\ z=\frac{19}{4} \end{cases} & 11) \begin{cases} x=0 \\ y=1 \\ z=2 \end{cases} \begin{cases} x=\frac{1}{3} \\ y=\frac{1}{3} \\ z=\frac{17}{9} \end{cases} & 12) \begin{cases} x=0 \\ y=-1 \\ t=0 \end{cases} \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ t=-1 \end{cases} & 13) \begin{cases} x=0 \\ y=-\frac{5}{3} \\ z=0 \end{cases} \begin{cases} x=-\frac{5}{3} \\ y=0 \\ z=0 \end{cases} \begin{cases} x=1 \\ y=\frac{4}{3} \\ z=\frac{4}{5} \end{cases} \begin{cases} x=\frac{4}{3} \\ y=\frac{1}{3} \\ z=\frac{4}{5} \end{cases} \\ 14) \begin{cases} x=1 \\ y=-2 \\ z=3 \end{cases} \begin{cases} x=-3 \\ y=-2 \\ z=7 \end{cases} & 15) \begin{cases} x=2 \\ y=1 \\ z=-4 \end{cases} \begin{cases} x=\frac{20}{17} \\ y=-\frac{39}{17} \\ z=-4 \end{cases} & 16) \begin{cases} a=1 \\ b=1 \\ c=3 \end{cases} \begin{cases} a=-\frac{5}{7} \\ b=-\frac{17}{7} \\ c=\frac{15}{7} \end{cases} & 17) \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=-2 \\ t=1 \end{cases} \begin{cases} x=1 \\ y=-3 \\ z=2 \\ t=5 \end{cases} & 18) \begin{cases} a=1 \\ b=-4 \\ c=-3 \\ d=2 \end{cases} \begin{cases} a=1 \\ b=2 \\ c=3 \\ d=-4 \end{cases} \end{array}$$