

#### 4. DATA UNA DISUGUAGLIANZA, SI POSSONO ELEVARE A POTENZA I DUE MEMBRI? SI POSSONO ESTRARRE LE RADICI DEI DUE MEMBRI?

Ed ecco infine due ulteriori proprietà molto rilevanti,  
che occorre padroneggiare perfettamente:

Se indichiamo con  $2n+1$  un numero naturale DISPARI,  
e con  $a, b$  due numeri reali DI SEGNO QUALSIASI:

$$a < b \leftrightarrow a^{2n+1} < b^{2n+1}$$

$$a < b \leftrightarrow \sqrt[2n+1]{a} < \sqrt[2n+1]{b}$$

Se indichiamo con  $2n$  un numero naturale PARI,  
e con  $a, b$  due numeri reali POSITIVI O NULLI:

$$a < b \leftrightarrow a^{2n} < b^{2n}$$

$$a < b \leftrightarrow \sqrt[2n]{a} < \sqrt[2n]{b}$$

Ricordiamo (importantissimo!) che, parlando di radicali:

Se l'indice è DISPARI,

- il radicando potrà essere di segno qualsiasi: positivo, negativo o nullo
- e il risultato dell'estrazione di radice conserverà sempre lo stesso segno del radicando;

Se l'indice è PARI,

- il radicando dovrà essere positivo o nullo, altrimenti l'operazione sarebbe impossibile (NOTA)
- il risultato dell'estrazione di radice è, *per convenzione*, anch'esso positivo o nullo  
(insomma, NON è  ~~$\sqrt{9} = \pm 3$~~ , bensì  $\sqrt{9} = 3$ )

NOTA

... a meno di sconfinare in campo complesso, cosa che, salvo esplicito avviso contrario, non si fa mai.  
E d'altronde, nell'insieme  $\mathbb{C}$  dei numeri complessi  
la comunità matematica NON definisce le relazioni di  $<$  e  $>$ .

Le due proprietà di cui ci stiamo occupando possono essere riassunte come segue:

**Data una disuguaglianza,  
è SEMPRE lecito  
(qualunque siano i segni dei due membri)  
elevare ambo i membri ad esponente DISPARI,  
o estrarne le radici con lo stesso indice DISPARI**

Invece,

**l'elevamento ad esponente PARI dei due membri di una disuguaglianza,  
o l'estrazione di radice con indice PARI dei due membri di una disuguaglianza,  
sono leciti**

**SOLTANTO QUANDO I DUE MEMBRI  
DELLA DISUGUAGLIANZA DATA  
SONO NUMERI POSITIVI O NULLI.**

