

ESERCIZI SULLE DISEQUAZIONI FRATTE

1a) $\frac{x-1}{x-2} < 0$	1b) $\frac{x-1}{x-2} \leq 0$	2) $\frac{12x-4}{12x-6} \geq 0$	Può essere innanzitutto semplificata, dividendo per 4 e moltiplicando per 6: $\frac{3x-1}{2x-1} \geq 0$	
3) $\frac{3-x}{x-7} > 0$ o anche $\frac{x-3}{x-7} < 0 \Rightarrow$		4) $\frac{x-4}{8-x} \leq 0$ opp. $\frac{x-4}{x-8} \geq 0 \Rightarrow$		5) $\frac{5-x}{9-x} > 0$ opp. $\frac{x-5}{x-9} > 0 \Rightarrow$
6a) $\frac{x^2-9}{x-1} < 0$	6b) $\frac{x^2-9}{x-1} \leq 0$	7) $\frac{x^2-4x+3}{x^2-6x+8} > 0$	8) $\frac{x^2-7x+12}{x^2-6x+8} \geq 0$	9) $\frac{x^2-2x-1}{x^2-2} < 0$
10a) $\frac{(x-7)^2}{x-1} > 0$	10b) $\frac{(x-7)^2}{x-1} \geq 0$	10c) $\frac{x-1}{(x-7)^2} > 0$	10d) $\frac{x-1}{(x-7)^2} \geq 0$	11) $\frac{x^2-1}{3x^2-3x} \geq 0$
12) $\frac{x^3-x^2-9x+9}{x^3-2x^2} < 0$		Qui INNANZITUTTO (PRIMO PASSAGGIO! Vedi RIFLESSIONE a pag. 163) bisogna SCOMPORRE sia il N che il D in fattori ciascuno dei quali deve essere: o di 1° grado , o di 2° grado , oppure “di tipo particolare”		
13) $\frac{x^3-4x}{x^2-2} > 0$	14) $\frac{x^4-2x^3+4x^2}{x+2} > 0$	15) $\frac{x^3-9x^2+8x}{x^3-x^2-x+1} \leq 0$	16) $\frac{5x+15}{x^3+x^2+x+1} \leq 0$	
17) $\frac{7a+21}{a^2-9} < 0$	18) $\frac{3x^2}{6-x} \leq 0$	19) $\frac{3}{x^2-4x} > 0$	20) $\frac{x^2-4x+5}{4x-x^2} \leq 0$	21) $\frac{25-16d^4}{d^2+2d+1} > 0$
22) $\frac{6}{2x-1} > \frac{5}{x-2}$	Porta a 1° m., fai il denom. comune!			
Nelle seguenti N e D sono GIA’ “di tipo particolare”				
26) $\frac{x^4-2}{x^3-2} > 0$	27) $\frac{x^4+2}{x^3+2} > 0$	28) $\frac{(x+3)^4}{x^3+8} < 0$	29) $\frac{(x+2)^3}{x^4} \geq 0$	
Qui occorre prima scomporre				
30) $\frac{x^5-x}{x^4-81} > 0$	31) $\frac{x^6-x^3-2}{x^8+15x^4-16} \geq 0$	32) $\frac{a^8-1}{a^3-a^2-3a+3} < 0$		

33) $\frac{x^2(3x+2)(x^3-2)}{3-4x} < 0$ 34) $\frac{12x^4-19x^2+4}{4x^2+4x-3} \leq 0$ 35) $\frac{z^3-3z^2+z+5}{16z^4+40z^3+25z^2} \leq 0$ 36) $\frac{x-4}{x^2+3} < 0$

SOLUZIONI

1a) $1 < x < 2$ 1b) $1 \leq x < 2$ 2) $x \leq 1/3 \vee x > 1/2$ 3) $3 < x < 7$ 4) $x \leq 4 \vee x > 8$ 5) $x < 5 \vee x > 9$

6a) $x < -3 \vee 1 < x < 3$ 6b) $x \leq -3 \vee 1 < x \leq 3$ 7) $x < 1 \vee 2 < x < 3 \vee x > 4$ 8) $x < 2 \vee x \geq 3$ ma $x \neq 4$

9) $-\sqrt{2} < x < 1 - \sqrt{2} \vee \sqrt{2} < x < 1 + \sqrt{2}$ 10a) $x > 1$ ma $x \neq 7$ 10b) $x > 1$ 10c) $x > 1$ ma $x \neq 7$

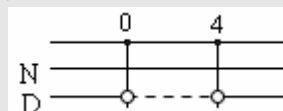
10d) $x \geq 1$ ma $x \neq 7$ 11) $x \leq -1 \vee x > 0$ ma $x \neq 1$ 12) $-3 < x < 1$ ma $x \neq 0 \vee 2 < x < 3$

13) $-2 < x < -\sqrt{2} \vee 0 < x < \sqrt{2} \vee x > 2$ 14) $x > -2$ ma $x \neq 0$ 15) $-1 < x \leq 0 \vee 1 < x \leq 8$

16) $-3 \leq x < -1$ 17) $a < 3$ ma $a \neq -3$ 18) $x > 6 \vee x = 0$

20) $x < 0 \vee x > 4$ 21) $-\frac{\sqrt{5}}{2} < d < \frac{\sqrt{5}}{2}$ ma $d \neq -1$ 22) $x < -\frac{7}{4} \vee \frac{1}{2} < x < 2$

19) $x < 0 \vee x > 4 \Rightarrow$



23) $x \leq -1 \vee 0 < x \leq 1 \vee x \geq 2$ 24) $x \leq -3 \vee -1 < x < 1 \vee x \geq 5$ 25) $b < -1 \vee b > 1$ 26) $-\sqrt[4]{2} < x < \sqrt[4]{2} \vee x > \sqrt[3]{2}$

27) $x > -\sqrt[3]{2}$ 28) $x < -2$ ma $x \neq -3$ 29) $x \geq -2$ ma $x \neq 0$ 30) $-3 < x < -1 \vee 0 < x < 1 \vee x > 3$

31) $x < 1$ ma $x \neq -1 \vee x \geq \sqrt[3]{2}$ 32) $a < -\sqrt{3} \vee -1 < a < \sqrt{3}$ ma $a \neq 1$ 33) $-\frac{2}{3} < x < \frac{3}{4}$ ma $x \neq 0 \vee x > \sqrt[3]{2}$

34) $-\frac{3}{2} < x \leq -\frac{2\sqrt{3}}{3} \vee -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{2\sqrt{3}}{3}$ ma $x \neq \frac{1}{2}$ 35) $z \leq -1$ ma $z \neq -\frac{5}{4}$

36) $x < 4$ Qui eccezionalmente il D potrebbe andarsene, perché è > 0 per ogni x ! $\Rightarrow$

ALTRI ESERCIZI SULLE DISEQUAZIONI FRATTE (soluzioni alla pagina seguente)

- 1) $\frac{x-8}{x+2} < 0$ 2) $\frac{4x-5}{2x-3} \leq 0$ 3) $\frac{4x-4}{3x-15} > 0$ 4) $\frac{x-5}{2} > 0$ 5) $\frac{x+1}{x+3} < 0$ 6) $\frac{x+1}{x+3} \leq 0$
- 7) $\frac{5x+1}{4x+1} > 0$ 8) $\frac{5x+1}{4x+1} \geq 0$ 9) $\frac{2x}{x-4} < 0$ 10) $\frac{2x}{x-4} < 1$ 11) $\frac{1}{x+3} > 0$ 12) $\frac{3}{x-5} \leq 0$
- 13) $\frac{1-2x}{2-x} < 0$ 14) $\frac{x}{5-x} \geq 0$ 15) $\frac{4-x}{x} \geq 2$ 16) $\frac{1}{x} \geq \frac{3}{2x}$ 17) $\frac{1}{7-x} < 0$ 18) $\frac{6}{7-x} < 3$
- 19) $\frac{x^2-9x+20}{x^2-5x+6} < 0$ 20) $\frac{x^2-x-12}{x-1} \leq 0$ 21) $\frac{10x-5}{x^2-3x+2} > 0$ 22) $\frac{x^2-1}{x^2-4x+4} \geq 0$
- 23) $\frac{x^2-9x+14}{x^2-15x+14} \geq 0$ 24) $\frac{x^2}{x^2-8x+15} \leq 0$ 25) $\frac{x^2+14}{x^2-6x+14} > 0$ 26) $\frac{x^2-14}{x^2-14x} \leq 0$
- 27) $\frac{12x^2-7x+1}{3x^2-13x+4} < 0$ 28) $\frac{6x^2+5x-1}{x^2-4x-1} \geq 0$ 29) $\frac{x^2-2x}{x^2-2x+5} < 0$ 30) $\frac{x^2-6x+9}{x^2-3} > 0$
- 31) $\frac{x^2-4x+5}{x^2-4x+3} < 0$ 32) $\frac{x^2-4x+4}{x^2-4x+2} < 0$ 33) $\frac{49x^2+14x+1}{24x^2+10x+1} < 0$ 34) $\frac{x-4}{x^2-10x+16} \leq 0$
- 35) $\frac{x^2-4x}{x^2-1} \geq 0$ 36) $\frac{x^2-4x+1}{2x^2} \geq 0$ 37) $\frac{x^2-x+2}{3x^2-12x} > 0$ 38) $\frac{x+4}{x^2+4} > 0$
- 39) $\frac{8-2x-x^2}{8+2x-x^2} > 0$ 40) $\frac{x-x^2}{x^2-12x+35} > 0$ 41) $\frac{2(x+1)^2}{3(x^2+1)} \leq 0$ 42) $\frac{(x+3)^2}{x^2} > 0$
- 43) $\frac{x^2-11x+30}{x-6} > 0$ 44) $\frac{x^2-x}{x^2+2x} < 0$ 45) $\frac{2x^2+6x+4}{x^2-2x+2} \leq 0$ 46) $\frac{6x-x^2-5}{x^2-2x\sqrt{2}+2} > 0$
- 47) $\frac{1}{x} > x$ 48) $\frac{x^2+3x}{x^2+x-6} \leq 2$ 49) $\frac{x^2+x}{x-1} - 1 > 0$ 50) $\frac{1}{x-1} > \frac{1}{x-2}$
- 51) $\frac{x^4-x^2}{x^4+x^2-6} > 0$ 52) $\frac{x^3-x^2-x+1}{x-2} \leq 0$ 53) $\frac{x^3-2x^2+x}{x^3-3x^2-4x+12} > 0$ 54) $\frac{4x^4+3x^2-1}{4x^4-3x^2-1} \leq 0$
- 55) $\frac{x^3+x^2-3x+1}{x^3-x} \geq 0$ 56) $\frac{x^5-5x^3+6x}{4x+6} \geq 0$ 57) $\frac{1}{x^2} \geq \frac{1}{x^4}$ 58) $\frac{3x^3+x+2}{x^3} \geq 2$
- 59) $\frac{(x-3)^4}{(x-4)^3} < 0$ 60) $\frac{x^4-625}{x^4+625} < 0$ 61) $\frac{x^3-64}{x^3+64} > 0$ 62) $\frac{x^6}{x^4-3} > 0$
- 63) $\frac{x^4+3}{x^7} > 0$ 64) $\frac{12+x^2(x^2-1)}{x^4} > 0$ 65) $\frac{x^4-x^2-12}{x^4} > 1$ 66) $\frac{x^4-10x^2+9}{x^6-10x^3+9} > 0$
- 67) $\frac{(x+3)^3}{x^3+3} \leq 0$ 68) $\frac{(x+3)^4}{x^4+3} \leq 0$ 69) $\frac{x^4}{x^4-x^2+2x-1} < 0$ 70) $\frac{x^6-x^2}{x^5-x^2} > 0$
- 71) $\frac{x^2+3x-4}{4+3x-x^2} \leq 0$ 72) $\frac{5}{x^7+3} < 0$ 73) $\frac{5}{x^7+3} < 1$ 74) $\frac{x^4-x}{x^4} < 1$
- 75) $\frac{x^4-1}{x^4+x^2} < 2$ 76) $1+x < \frac{2}{x}$ 77) $1+x^2 < \frac{2}{x^2}$ 78) $1+x^3 < \frac{2}{x^3}$
- 79) $\left(\frac{x+1}{x-2}\right)^3 \geq 0$ 80) $\left(\frac{x+1}{x-2}\right)^4 \geq 0$ 81) $\frac{x^3+1}{x^3-2} < 0$ 82) $\frac{x^4+1}{x^4-2} < 0$

♥ RIFLESSIONE METODOLOGICA MOLTO IMPORTANTE

$$\frac{x^3 - x^2 - 9x + 9}{x^3 - 2x^2} < 0$$

In una disequazione fratta nella quale N e/o D siano di grado sup. al 2°, **INNANZITUTTO** bisogna **SCOMPORRE** sia il **N** che il **D** in fattori ciascuno dei quali deve essere:
o di **1° grado**, o di **2° grado**, oppure “di tipo particolare”

Infatti, se si fa in questo modo, si ottiene la situazione seguente: $\frac{\overset{N_1}{(x-1)} \overset{N_2}{(x^2-9)}}{\underset{D_1}{x^2} \underset{D_2}{(x-2)}} < 0$

e basterà allora studiare il segno di ogni singolo fattore in gioco
e **PASSARE POI SUBITO ALLO SCHEMA FINALE, CHE AVRA' 4 RIGHE:**

N_1 ...

N_2 ...

D_1 ...

D_2 ...

☺ ... **TUTTO MOLTO VELOCE E TRANQUILLO!**

SE INVECE non si scompone, il procedimento diventa INUTILMENTE LUNGO E NOIOSO!

$$\frac{\overset{N}{x^3 - x^2 - 9x + 9}}{\underset{D}{x^3 - 2x^2}} < 0$$

$N > 0$, FATTORIZZAZIONE seguita da un **PRIMO SCHEMA**

$D > 0$, FATTORIZZAZIONE seguita da un **SECONDO SCHEMA**

... e infine lo SCHEMA CONCLUSIVO $\frac{N \dots}{D \dots}$

☹ **CHE BARBA !!!**



SOLUZIONI DEGLI ESERCIZI della pagina precedente

- 1) $-2 < x < 8$ 2) $5/4 \leq x < 3/2$ 3) $x < 1 \vee x > 5$ (volendo, si poteva semplificare ...)
- 4) $x > 5$ (il denominatore, costante positiva, se ne può andare!) 5) $-3 < x < -1$ 6) $-3 < x \leq -1$
- 7) $x < -1/4 \vee x > -1/5$ 8) $x < -1/4 \vee x \geq -1/5$ 9) $0 < x < 4$ 10) $-4 < x < 4$ 11) $x > -3$
- 12) $x < 5$ 13) $1/2 < x < 2$ 14) $0 \leq x < 5$ 15) $0 < x \leq 4/3$ 16) $x < 0$ 17) $x > 7$ 18) $x < 5 \vee x > 7$
- 19) $2 < x < 3 \vee 4 < x < 5$ 20) $x \leq -3 \vee 1 < x \leq 4$ 21) $1/2 < x < 1 \vee x > 2$ 22) $x \leq -1 \vee x \geq 1 \wedge x \neq 2$
- 23) $x < 1 \vee 2 \leq x \leq 7 \vee x > 14$ 24) $3 < x < 5 \vee x = 0$ 25) $\forall x \in \mathbb{R}$ 26) $-\sqrt{14} \leq x < 0 \vee \sqrt{14} \leq x < 14$
- 27) $1/4 < x < 4 \wedge x \neq 1/3$ 28) $x \leq -1 \vee 2 - \sqrt{5} < x \leq 1/6 \vee x > 2 + \sqrt{5}$ 29) $0 < x < 2$
- 30) $x < -\sqrt{3} \vee x > \sqrt{3} \wedge x \neq 3$ 31) $1 < x < 3$ 32) $2 - \sqrt{2} < x < 2 + \sqrt{2} \wedge x \neq 2$
- 33) $-1/4 < x < -1/6$ 34) $x < 2 \vee 4 \leq x < 8$ 35) $x < -1 \vee 0 \leq x < 1 \vee x \geq 4$
- 36) $x \leq 2 - \sqrt{3} \vee x \geq 2 + \sqrt{3} \wedge x \neq 0$ 37) $x < 0 \vee x > 4$ 38) $x > -4$
- 39) $x < -4 \vee -2 < x < 2 \vee x > 4$ 40) $0 < x < 1 \vee 5 < x < 7$ 41) $x = -1$ 42) $x \neq -3 \wedge x \neq 0$
- 43) $x > 5 \wedge x \neq 6$ 44) $-2 < x < 1 \wedge x \neq 0$ 45) $-2 \leq x \leq -1$ 46) $1 < x < 5 \wedge x \neq \sqrt{2}$
- 47) $x < -1 \vee 0 < x < 1$ 48) $x < 2 \vee x \geq 4 \wedge x \neq -3$ 49) $x > 1$ 50) $1 < x < 2$
- 51) $x < -\sqrt{2} \vee (-1 < x < 1 \wedge x \neq 0) \vee x > \sqrt{2}$ 52) $-1 \leq x < 2$ 53) $x < -2 \vee (0 < x < 2 \wedge x \neq 1) \vee x > 3$
- 54) $-1 < x \leq -1/2 \vee 1/2 \leq x < 1$ 55) $x \leq -1 - \sqrt{2} \vee -1 < x < 0 \vee x \geq -1 + \sqrt{2} \wedge x \neq 1$
- 56) $x \leq -\sqrt{3} \vee -3/2 < x \leq -\sqrt{2} \vee 0 \leq x \leq \sqrt{2} \vee x \geq \sqrt{3}$ 57) $x \leq -1 \vee x \geq 1$ 58) $x \leq -1 \vee x > 0$
- 59) $x < 4 \wedge x \neq 3$ 60) $-5 < x < 5$ 61) $x < -4 \vee x > 4$ 62) $x < -\sqrt[4]{3} \vee x > \sqrt[4]{3}$ 63) $x > 0$
- 64) $x \neq 0$ 65) imposs. 66) $x < -3 \vee (-1 < x < \sqrt[3]{9} \wedge x \neq 1) \vee x > 3$ 67) $-3 \leq x < -\sqrt[3]{3}$ 68) $x = -3$
- 69) $\frac{-1 - \sqrt{5}}{2} < x < \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \wedge x \neq 0$ 70) $x > -1 \wedge x \neq 0 \wedge x \neq 1$ 71) $x \leq -4 \vee -1 < x \leq 1 \vee x > 4$
- 72) $x < -\sqrt[3]{3}$ 73) $x < -\sqrt[3]{3} \vee x > \sqrt[3]{2}$ 74) $x > 0$ 75) $x \neq 0$ 76) $x < -2 \vee 0 < x < 1$ 77) $-1 < x < 1 \wedge x \neq 0$
- 78) $x < -\sqrt[3]{2} \vee 0 < x < 1$ 79) $x \leq -1 \vee x > 2$ 80) $x \neq 2$ 81) $-1 < x < \sqrt[3]{2}$ 82) $-\sqrt[4]{2} < x < \sqrt[4]{2}$