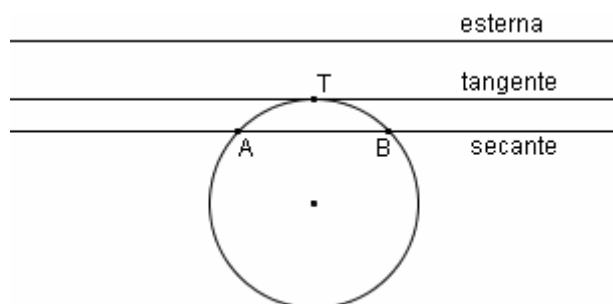


6.3 - POSIZIONI RECIPROCHE DI UNA RETTA E DI UNA CIRCONFERENZA

DEFINIZIONE

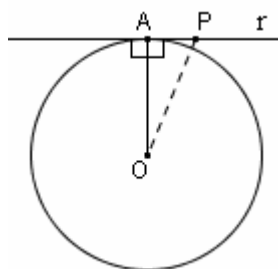
Una retta si dice **ESTERNA**, oppure **TANGENTE**, oppure **SECANTE** rispetto ad una circonferenza a seconda che abbia, rispettivamente:
nessun punto in comune, o **un solo punto** in comune, oppure **due punti** in comune con la circonferenza.



TEOREMA

La perpendicolare ad un raggio nel suo estremo (NOTA) è tangente alla circonferenza.

NOTA. - *Parlando di "estremo" di un raggio si sottintende che si tratti dell'estremo non coincidente col centro, vale a dire dell'estremo che sta sulla circonferenza.*

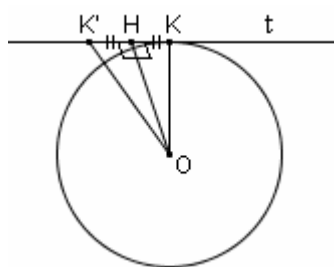


Dimostrazione

In una circonferenza di centro O, sia OA un raggio, e sia r la retta per A, perpendicolare ad OA (ipotesi); vogliamo dimostrare (tesi) che r non ha in comune con la circonferenza nessun punto oltre al punto A. Infatti, preso su r un punto qualsiasi P distinto da A, il segmento OP, essendo l'ipotenusa del triangolo rettangolo OAP, è maggiore del cateto OA. Pertanto P **NON** può stare sulla circonferenza, perché la sua distanza dal centro è maggiore del raggio.

TEOREMA

Una tangente ad una circonferenza è perpendicolare al raggio passante per il (= avente un estremo nel) punto di contatto.



Dimostrazione

Sia t una retta tangente alla circonferenza (ipotesi), cioè una retta che abbia in comune con la circonferenza un solo punto, che abbiamo indicato con K. Vogliamo dimostrare (tesi) che t e OK sono perpendicolari.

Infatti, se per assurdo OK non fosse perpendicolare a t, allora calando da O la perpendicolare a t questa incontrerebbe t in un punto H, distinto da K. Prendiamo dunque sulla tangente t, a partire da H e da parte opposta rispetto a K, un segmento $HK' = KH$. Si dimostra subito ($OKH = OK'H$ per il Primo Criterio) che $OK' = OK$. Pertanto K' sta sulla circonferenza, perché la sua distanza OK' dal centro è uguale a OK che è un raggio. Ma avevamo supposto che t avesse in comune con la circonferenza soltanto il punto K!!! L'assurdo trovato dimostra la tesi.

Dagli ultimi due teoremi si deduce immediatamente il

COROLLARIO

Se una retta ha distanza dal centro uguale al raggio, allora è tangente alla circonferenza, e viceversa.

Qualche semplice considerazione complementare porta anzi al seguente enunciato più completo:

TEOREMA

Una retta è SECANTE, TANGENTE o ESTERNA rispetto ad una circonferenza a seconda che la sua distanza dal centro della circonferenza sia, rispettivamente, MINORE, UGUALE o MAGGIORE del raggio della circonferenza stessa.