

Cap. 10: POLIGONI REGOLARI; COMPLEMENTI DI GEOMETRIA

10.1 - TRIANGOLI RETTANGOLI PARTICOLARI

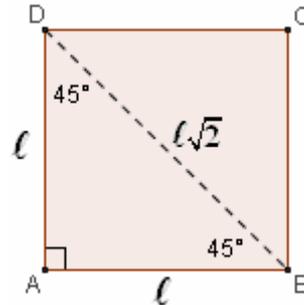
A) FORMULE RIGUARDANTI IL QUADRATO (e il triangolo rettangolo con gli angoli acuti di 45°)

Consideriamo un quadrato ABCD.

Se conosciamo la misura del lato: $AB = BC = CD = DA = \ell$,
quanto misurerà la diagonale?

Applicando il Teorema di Pitagora otteniamo:

$$\begin{aligned} \boxed{\text{diagonale}} = BD &= \sqrt{AB^2 + AD^2} = \\ &= \sqrt{\ell^2 + \ell^2} = \sqrt{2\ell^2} = \boxed{\ell\sqrt{2}} \end{aligned}$$



Perciò:

in un QUADRATO,

$$\text{DIAGONALE} = \text{LATO} \cdot \sqrt{2}$$

e quindi

$$\text{LATO} = \frac{\text{DIAGONALE}}{\sqrt{2}}$$

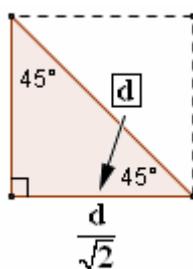
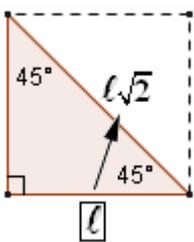
*Angoli acuti di 45° :
può intervenire $\sqrt{2} \approx 1,4$*

Conseguenza:

♥ **in un TRIANGOLO RETTANGOLO CON GLI ANGOLI ACUTI DI 45°**
(che può essere visto come la metà di un quadrato)

- ❑ L'IPOTENUSA E' UGUALE AL CATETO MOLTIPLICATO $\sqrt{2}$
- ❑ IL CATETO E' UGUALE ALL'IPOTENUSA DIVISO $\sqrt{2}$

Ricordiamo che $\boxed{\sqrt{2} = 1,41421... \approx 1,4}$



Nella seconda figura

si suppone di partire dalla misura d dell'ipotenusa
(ipotenusa per il triangolo, diagonale per il quadrato).

Essendo $d = \ell\sqrt{2}$, invertendo si ha: $\ell = \frac{d}{\sqrt{2}}$.

E' possibile, volendo, razionalizzare, ottenendo:

$$\ell = \frac{d}{\sqrt{2}} = \frac{d}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{d\sqrt{2}}{2}$$

Ma ... razionalizzare è proprio "obbligatorio"?

No! E' però spesso conveniente,

♪ o per rendere più semplice l'espressione
(ad es., se è $d = 6$, si avrà

$$\ell = \frac{6}{\sqrt{2}} = \frac{6}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2})$$

♪ oppure per rendere più semplici
eventuali calcoli successivi sul valore trovato.

B) FORMULE RIGUARDANTI IL TRIANGOLO EQUILATERO (e il triangolo rettangolo con gli angoli acuti di 30° e 60°)

Consideriamo un triangolo equilatero ABC.

Se conosciamo la misura del lato:

$$AB = BC = CA = \ell,$$

quanto misurerà l'altezza CH?

Applicando il Teorema di Pitagora otteniamo:

$$\begin{aligned} \boxed{\text{altezza}} = CH &= \sqrt{CB^2 - HB^2} = \\ &= \sqrt{\ell^2 - \left(\frac{\ell}{2}\right)^2} = \sqrt{\ell^2 - \frac{\ell^2}{4}} = \sqrt{\frac{4\ell^2 - \ell^2}{4}} = \sqrt{\frac{3\ell^2}{4}} = \boxed{\frac{\ell}{2}\sqrt{3}} \end{aligned}$$

Perciò **in un TRIANGOLO EQUILATERO**,

$$\text{ALTEZZA} = \frac{\text{LATO}}{2}\sqrt{3}$$

Conseguenze:

♥ **in un TRIANGOLO RETTANGOLO CON GLI ANGOLI ACUTI DI 30° e 60°**
(che può essere visto come la metà di un triangolo equilatero)

❑ **IL CATETO MINORE E' META' DELL'IPOTENUSA**

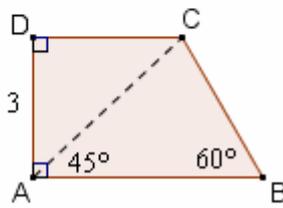
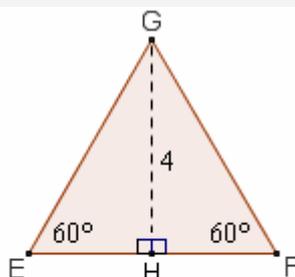
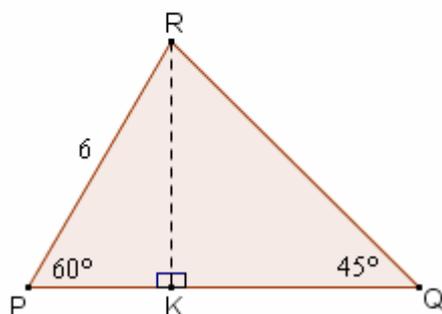
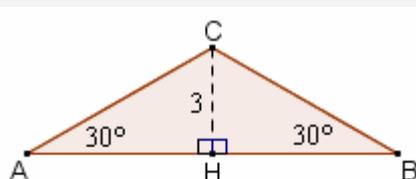
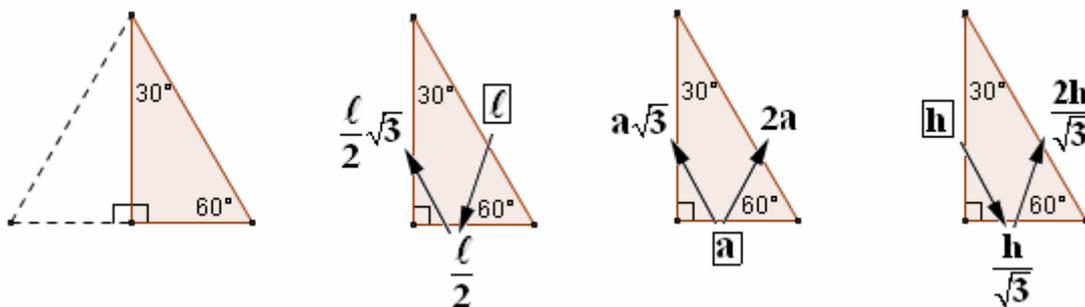
(e quindi l'ipotenusa è il doppio del cateto minore)

❑ **IL CATETO MAGGIORE E' UGUALE AL CATETO MINORE MOLTIPLICATO $\sqrt{3}$**

(e quindi: il cateto maggiore è uguale a metà ipotenusa moltiplicato $\sqrt{3}$
mentre il cateto minore è uguale al cateto maggiore diviso $\sqrt{3}$)

Ricordiamo che $\sqrt{3} = 1,73205... \approx 1,7$

*Le figure seguenti riassumono le situazioni che si possono incontrare nei problemi:
dato un lato di un triangolo rettangolo "particolare" 90°-30°-60°,
determinare i lati rimanenti, utilizzando le formule apprese o eventualmente invertendole.*



ESERCIZI

Con riferimento alle figure qui a fianco, calcola i perimetri dei tre triangoli e del trapezio, verificando che è:

$$2p(ABC) = 12 + 6\sqrt{3}$$

$$2p(PQR) = 9 + 3\sqrt{3} + 3\sqrt{6}$$

$$2p(EFG) = 8\sqrt{3}$$

$$2p(ABCD) = 9 + 3\sqrt{3}$$

**Problemi vari con
triangoli rettangoli particolari
sono proposti alle pagine
252 e 253**