SEZIONE AUREA: REALTÀ E LEGGENDA

Il numero da noi trovato $\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}=0,61803398...$

esprime il rapporto fra la sezione aurea *x* di un dato segmento, e il segmento stesso:

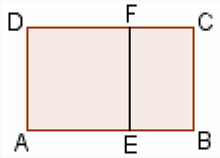
$$\frac{\text{sezione aurea}}{\text{intero segmento}}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}=0,61803398...$$

Il *reciproco* di tale numero esprimerà allora il rapporto fra l'intero segmento e la sua sezione aurea. Si usa indicare col simbolo Φ (lettera greca "fi" maiuscola) *quest'ultimo* numero, e denominarlo "**numero aureo**". Calcoliamolo:

$$\boxed{\Phi}=\frac{\text{intero segmento}}{\text{sezione aurea}}=\frac{1}{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}=\frac{2}{\sqrt{5}-1}\cdot\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}+1}=\frac{2\left(\sqrt{5}+1\right)}{5-1}=\frac{2\left(\sqrt{5}+1\right)}{4}\boxed{=\frac{\sqrt{5}+1}{2}}=1,61803398...$$

La sezione aurea e il "numero aureo" godono di diverse - belle e armoniose - proprietà, fra cui le seguenti.

- *Il "numero aureo"* Φ *e il suo inverso (= quello che esprime la "sezione aurea" di un segmento unitario) hanno le stesse cifre dopo la virgola. Ed è facilissimo spiegare il perché, vero?*
- *Vale l'uguaglianza* $\Phi^2=\Phi+1$ *(puoi provarlo col calcolo diretto: è un semplice esercizio coi radicali)*
- *Se dividiamo un segmento nella sua sezione aurea e nella "parte rimanente", questa "parte rimanente" è a sua volta uguale … alla sezione aurea della sezione aurea! Dimostralo, ponendo per semplicità la lunghezza dell'intero segmento uguale a 1. Quindi (figura qui a fianco) se ABCD è un "rettangolo aureo" (AD = sez. aurea di AB) e AEFD è un quadrato, allora anche EBCF è un rettangolo aureo!*



Una proprietà interessantissima del "numero aureo" è quella che andiamo ad esporre qui di seguito, ossia la **relazione fra il "numero aureo" e la "successione di Fibonacci".**
Si dice "successione di Fibonacci" quella sequenza di interi che inizia con la coppia di numeri 0 1 e prosegue poi in modo che ciascun termine sia costruito facendo la somma dei due che lo precedono, quindi:

0 1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144 233 …

Abbiamo dunque, detto f_n il generico termine di questa successione, che dal terzo termine in poi è

$$f_n=f_{n-1}+f_{n-2}\,.$$

Bene: **si può dimostrare che, nella successione di Fibonacci, il rapporto $\dfrac{f_n}{f_{n-1}}$ fra un termine e quello che lo precede "tende", "si avvicina" (al tendere di n a infinito), al numero aureo!**

n	f_n	$\dfrac{f_n}{f_{n-1}}$
0	0	
1	1	
2	1	1
3	2	2
4	3	1,5
5	5	1,666666667
6	8	1,6
7	13	1,625
8	21	1,615384615
9	34	1,619047619
10	55	1,617647059
11	89	1,618181818
12	144	1,617977528
13	233	1,618055556
14	377	1,618025751
15	610	1,618037135
16	987	1,618032787
…	…	…

La successione di Fibonacci compare con una certa frequenza in fenomeni naturali.
L'esempio forse più significativo è quello dei **girasoli**, e delle **pigne**.
Osservando un girasole o una pigna, possiamo distinguere

- ♪ un certo numero di spirali che girano in senso orario,
- ♫ e un certo altro numero di spirali che girano in senso antiorario …

Bene, tali due numeri sono sempre due numeri di Fibonacci consecutivi!
Nel girasole, possiamo avere

- 21 spirali che girano in senso orario e 34 che girano in senso antiorario,
- o rispettivamente 34 e 55 spirali,
- o più raramente 55 e 89, oppure 89 e 144.
- Si è anche registrato il caso di un girasole che portava rispettivamente 144 e 233 spirali.

La questione è stata studiata con cura dai ricercatori, che hanno compreso come i numeri consecutivi di Fibonacci abbiano a che fare con la massimizzazione del numero di semi presenti sulla superficie del fiore o della pigna.

In altre situazioni in cui i numeri di Fibonacci o il numero aureo compaiono in natura (ad esempio, la spirale della conchiglia Nautilus, oppure la disposizione delle foglie intorno al fusto in una pianta), questa comparsa è analogamente legata al raggiungimento della massima efficienza nell'accrescimento di un organismo, o ad altre questioni non semplici ma pur sempre spiegabili.

A partire da **Luca Pacioli**, autore del trattato *De Divina Proportione* illustrato dal contemporaneo Leonardo da Vinci, è nato un convincimento diffuso che la mente umana coglierebbe un senso di particolare armonia nel contemplare la sezione aurea e i rettangoli le cui due dimensioni abbiano rapporto uguale al "numero aureo", e soprattutto è nata la diceria - non suffragata da prove - secondo cui tale numero sarebbe stato utilizzato ripetutamente fin dall'antichità in modo intenzionale nell'architettura e nell'arte. Ad esempio, è frequente sentir affermare che la facciata del Partenone, il tempio ateniese che può essere considerato uno dei simboli dell'architettura greca antica, rivelerebbe uno sforzo, da parte del progettista, di far sì che i rapporti fra le lunghezze di vari elementi siano prossimi al "numero aureo"; si dice spesso che certe piramidi egizie sarebbero state realizzate in modo da far entrare consapevolmente il "numero aureo" nei loro rapporti dimensionali, ecc.

Tuttavia, queste affermazioni **non sono sufficientemente provate**, sia perché simili lunghezze e relativi quozienti non possono essere fissati in modo univoco (da dove partiamo, esattamente, per misurare? dove arriviamo? Sovente si ha una certa discrezionalità in questo) sia perché, nel fare tante misure su tante costruzioni, è del tutto prevedibile che almeno in qualche caso si giunga a calcolare un rapporto fra lunghezze prossimo a 1,6; ma sarebbe arbitrario voler vedere a tutti i costi, in casi siffatti e senza una prova certa, una volontà deliberata di giungere al "numero aureo" da parte del progettista.
Tanto più che probabilmente è vero che la mente umana coglie per istinto una maggiore piacevolezza in quei rapporti fra lunghezze che sono compresi all'incirca nell'intervallo fra 1,5 e 1,8; ed è questo il motivo per cui, realisticamente, rettangoli troppo "bislunghi" o "tozzi" tendono ad essere meno sfruttati da architetti ed artisti.

La "sezione aurea" e il "numero aureo" sono stati oggetto di grande interesse anche da parte di scrittori opportunisti, o di pseudo-ricercatori superficiali, i quali hanno cercato a tutti i costi di scovare il "numero aureo" un po' dappertutto nell'Arte e nella Natura - anche dove in realtà non interviene, ma intervengono solo, fortuitamente, valori ad esso più o meno vicini.
Questi mediocri hanno cercato di presentare il numero aureo quasi fosse la "firma" di qualche misterioso spiritello, e di inventare di sana pianta l'intervento di sette esoteriche in tutte quelle realizzazioni dell'ingegno umano che con esso potevano (mah …) sembrare coinvolte.

In realtà, **il ruolo effettivo della sezione aurea nell'architettura e nella pittura è molto più limitato di quanto si vorrebbe far credere …** e **per quanto riguarda i fenomeni naturali**, se la sezione aurea è un marchio di armonia e di bellezza che sovente si ripete nella realtà che ci circonda, come abbiamo accennato ciò è legato a **motivazioni ben precise e per nulla "misteriose"**, anche se ardue da descrivere a chi non ha una conoscenza approfondita delle Scienze e della Matematica.

LINK SELEZIONATI

- Di Keith Devlin, docente alla Stanford University: **Good stories, pity they're not true** ⇨
- Di Alessandro Zocchi, psicobiologo e psicofarmacologo:
  Gli esperimenti psicologici per verificare la bellezza del rapporto aureo ⇨
- Da www.maths.surrey.ac.uk:
  - ♪ **The Fibonacci numbers and the golden section in Nature** ⇨
  - ♫ **The Fibonacci numbers and the golden section in Art, Architecture and Music** ⇨
    ("*All the other pages are factual and verifiable - the material here is a often a matter of opinion. What do YOU think*?")

L'immagine del girasole è tratta dal sito http://britton.disted.camosun.bc.ca/home.htm *di Jill Britton, che ringrazio.*