

# RIPASSO dei Complementi di Geometria, ed ESERCIZI geometrici vari

## Alcuni problemi sui poligoni regolari si trovano a pagina 267

- 1) Scrivi, nella figura a fianco, le misure dei lati dei vari poligoni regolari inscritti nel cerchio di raggio  $R$

- 2) Scrivi la formula  $\ell_n \rightarrow \ell_{2n}$  e servitene per ricavare, a partire da  $\ell_3 = R\sqrt{3}$ ,  $\ell_6$  (dal valore ben noto!) e  $\ell_{12}$

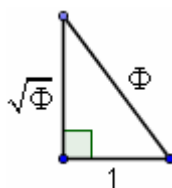
- 3) Si dice “sezione aurea” di un segmento  $AB$  ...



- 5) Dimostra che, indicato con  $\Phi$  il numero

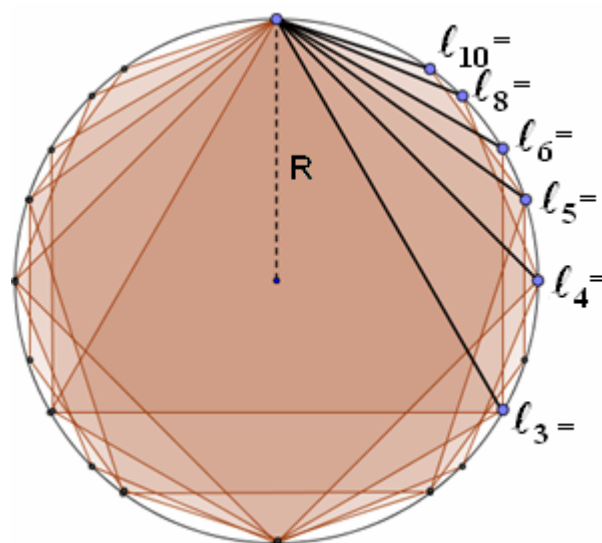
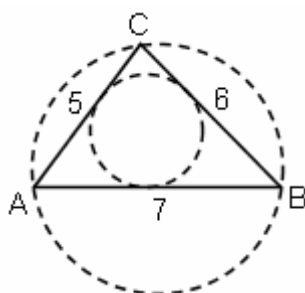
$$\boxed{\Phi} = \frac{\text{intero segmento}}{\text{sezione aurea}} = \frac{\sqrt{5} + 1}{2},$$

se un triangolo rettangolo ha un cateto uguale a 1 e l'altro cateto uguale a  $\sqrt{\Phi}$ , la sua ipotenusa misurerà  $\Phi$ .



- 7) A pagina 229, occupandoci del decagono regolare inscritto, abbiamo dimostrato che in un triangolo isoscele con gli angoli di  $36^\circ$ ,  $72^\circ$  e  $72^\circ$  la base è uguale alla sezione aurea del lato obliquo. Serviti di questo risultato e di quanto dimostrato all'esercizio 6 per provare che in un triangolo con gli angoli di  $108^\circ$ ,  $36^\circ$  e  $36^\circ$  il lato più corto è uguale alla sezione aurea di quello più lungo.

- 9) Un triangolo ha i tre lati che misurano 5, 6 e 7. Quanto misurano i raggi delle circonferenze inscritta e circoscritta?

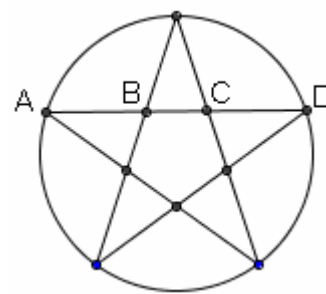


- 4) Se la lunghezza di un segmento è  $\ell$ , la sua sezione aurea misura ...

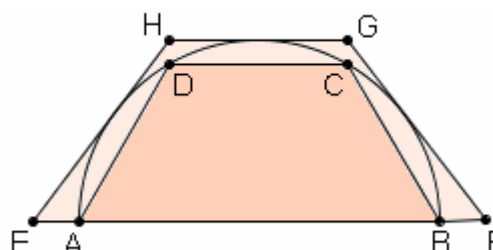
Ricavala, a partire dalla proporzione scritta all'esercizio 3)

- 6) Dimostra che qualsiasi segmento è la sezione aurea della somma del segmento stesso con la propria sezione aurea.

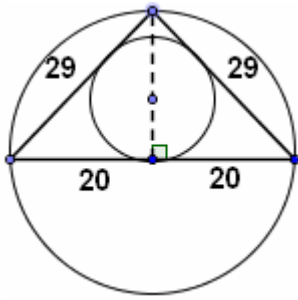
- 8) Serviti degli esercizi 6) e 7) per dimostrare che in questa figura (dove i 5 archi di circonferenza sono tutti uguali fra loro)



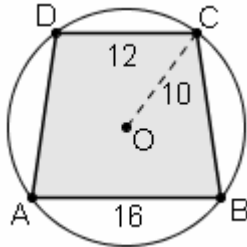
- $BC$  è la sezione aurea di  $AB$ ,
- $AB$  è la sezione aurea di  $AC$ ,
- e  $AC$  a sua volta è la sezione aurea di  $AD$ .



- 10) Il raggio di una semicirconferenza misura 5 cm;  $ABCD$  è un trapezio inscritto,  $EFGH$  un trapezio circoscritto, e le basi minori di entrambi i trapezi misurano 6 cm. Determina il lato obliquo di ciascuno dei trapezi.



- 11) Un triangolo isoscele ha la base di 40 cm e il lato obliquo di 29 cm.  
Determina la sua area con la formula di Erone, poi fai nuovamente il calcolo dopo aver determinato l'altezza. Quanto misurano i raggi del cerchio inscritto e del cerchio circoscritto?

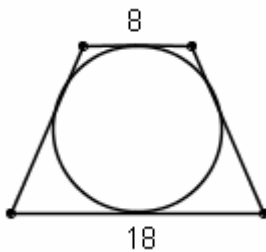


- 12) Da <http://mathcentral.uregina.ca>:

*Question from Abby, a student:*

An isosceles trapezoid whose bases have lengths 12 and 16 is inscribed in a circle of radius 10.

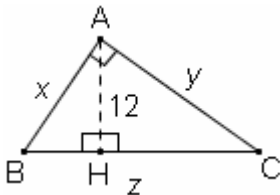
The center of the circle lies in the interior of the trapezoid. Find the area of the trapezoid.



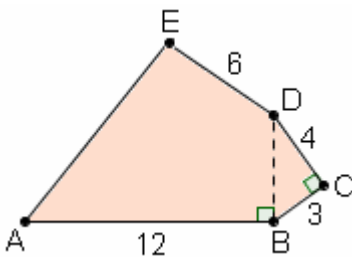
- 13) Da <http://gmatclub.com>:

A circle is inscribed in an isosceles trapezoid with bases 8 and 18. What is the area of the circle?

A. 36 pi B. 49 pi C. 64 pi D. 81 pi (pi = "pi greco")



- 14) Determina i tre lati  $x, y, z$  di un triangolo ABC, rettangolo in A, sapendo che il suo perimetro misura 60 cm e l'altezza relativa all'ipotenusa 12 cm.



- 15) Il poligono ABCDE della figura (osserva i due angoli retti) ha area uguale a  $6(6 + \sqrt{30})$ . Quanto misura il lato AE?

- 16) (*Impegnativo!*)

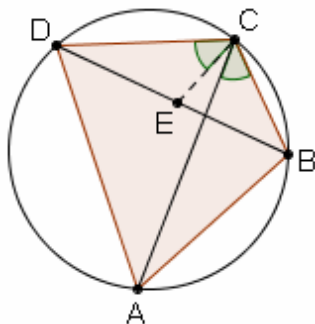
Il "**Teorema di Tolomeo**" afferma:

"in un quadrilatero ABCD inscrivibile in una circonferenza, vale la relazione

$$AB \cdot CD + BC \cdot AD = AC \cdot BD$$

ossia, la somma dei prodotti dei lati opposti è uguale al prodotto delle diagonali".

La dimostrazione si può effettuare in più modi, fra cui il seguente: si prende, sulla diagonale BD, il punto E tale che  $\widehat{BCA} = \widehat{DCE}$ . Si hanno così le coppie di triangoli simili  $ABC \sim DEC$  (perché?) e  $BCE \sim ACD$  (perché?), e allora ...



### QUALCHE RISPOSTA

9)  $r = \frac{2}{3}\sqrt{6}$ ,  $R = \frac{35}{24}\sqrt{6}$  10) lato obliquo trapezio inscritto =  $cm\ 2\sqrt{5}$ ; lato obliquo trapezio circoscritto =  $cm\ \frac{17}{3}$

11)  $r = cm\ \frac{60}{7}$ ;  $R = cm\ \frac{841}{42}$

12) 196 13) A 14) 15, 20, 25 cm 15) Ci sono due possibilità: può misurare 11 o 17 16)  $\Rightarrow$