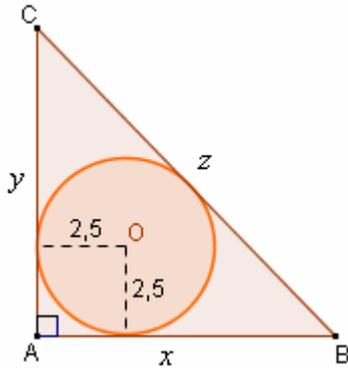


**PROBLEMI RISOLUBILI CON UN SISTEMA - ESEMPIO SVOLTO**

- Determinare i lati di un triangolo rettangolo sapendo che il suo perimetro è 30 cm, e che il raggio del cerchio inscritto misura cm 2,5.



$$\begin{aligned} \widehat{BAC} &= 90^\circ \\ 2p(ABC) &= 30 \text{ cm} \\ r &= 2,5 \text{ cm} \\ AB = ? \quad AC = ? \quad BC = ? \end{aligned}$$

**La risoluzione con più incognite, e quindi col sistema, è consigliata quando non è semplice esprimere tutte le quantità in gioco mediante una sola di esse; specialmente se si prevede che il sistema impostato sarà poi algebricamente facile da risolvere.**

Converrà utilizzare 3 incognite:  $AB = x$ ,  $AC = y$ ,  $BC = z$

$$\begin{cases} x + y + z = 30 \\ x + y = z + 2 \cdot 2,5 & \text{In un triangolo rettangolo, la somma dei cateti supera l'ipotenusa} \\ & \text{di un segmento uguale al diametro del cerchio inscritto} \\ x^2 + y^2 = z^2 & \text{La terza condizione (qui si hanno 3 incognite:} \\ & \text{possibilmente, si devono porre 3 condizioni)} \\ & \text{è in questo caso la relazione pitagorica!} \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x + y = z + 5 \\ (z + 5) + z = 30; \quad 2z = 25; \quad z = \frac{25}{2} \\ x^2 + y^2 = z^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} z = \frac{25}{2} \\ x + y = \frac{25}{2} + 5; \quad x + y = \frac{35}{2} \\ x^2 + y^2 = \left(\frac{25}{2}\right)^2; \quad x^2 + y^2 = \frac{625}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} z = \frac{25}{2} \\ x + y = \frac{35}{2} \\ (x + y)^2 - 2xy = \frac{625}{4}; \quad \left(\frac{35}{2}\right)^2 - 2xy = \frac{625}{4}; \quad \frac{1225}{4} - 2xy = \frac{625}{4}; \quad -2xy = -\frac{600}{4}; \quad xy = 75 \end{cases}$$

Equazione per determinare due numeri sapendo che la loro somma è  $s = \frac{35}{2}$  e il loro prodotto è  $p = 75$ :

$$t^2 - \frac{35}{2}t + 75 = 0; \quad 2t^2 - 35t + 150 = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{35 \pm \sqrt{1225 - 1200}}{4} = \frac{35 \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{35 \pm 5}{4} = \begin{cases} \frac{30}{4} = \frac{15}{2} \\ \frac{40}{4} = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} z = 25/2 \\ x = 15/2 \\ y = 10 \end{cases} \vee \begin{cases} z = 25/2 \\ x = 10 \\ y = 15/2 \end{cases} \quad \boxed{\begin{array}{l} \text{quindi, in definitiva,} \\ \text{i cateti misureranno cm } 10 \text{ e cm } 15/2 = 7,5 \\ \text{e l'ipotenusa cm } 25/2 = 12,5 \end{array}}$$

Le **equazioni** che formano il sistema devono, in generale, essere **tante quante le incognite**.

In caso contrario il sistema sarà, almeno in generale,

- *impossibile* se si hanno più equazioni che incognite,
- *indeterminato* se si hanno più incognite che equazioni.

Ma nei problemi "scolastici" la norma è, ribadiamolo, che si abbiano tante equazioni quante incognite.

**Attenzione, nello scrivere il sistema, a non "riciclare" due volte la stessa informazione:**

in tal caso, infatti, c'è da aspettarsi che il sistema risulti *indeterminato*.