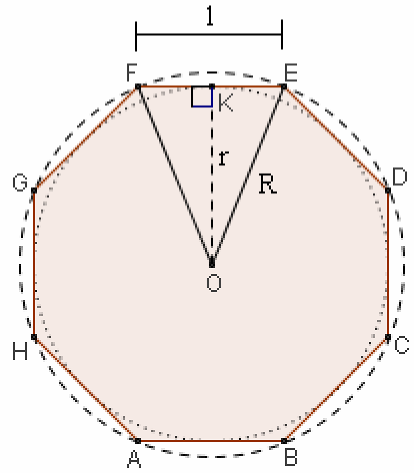
❑ PROBLEMI SUI POLIGONI REGOLARI

ESEMPIO SVOLTO

❑ Considerato un ottagono regolare di lato unitario, calcolane:
il raggio del cerchio circoscritto, il raggio del cerchio inscritto, l'apotema, l'area



E' nota la formula $\boxed{\ell_8 = \mathrm{R}\sqrt{2-\sqrt{2}}}$ che lega il lato dell'ottagono regolare inscritto al raggio R della circonferenza circoscritta.
Invertendo la formula, avremo

$$\mathrm{R} = \frac{\ell_8}{\sqrt{2-\sqrt{2}}} = \boxed{\frac{1}{\sqrt{2-\sqrt{2}}}}$$

Questo valore si potrebbe razionalizzare:

$$\mathrm{R} = \frac{1}{\sqrt{2-\sqrt{2}}} \cdot \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{\sqrt{2+\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{\sqrt{4-2}} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{4+2\sqrt{2}}}{2};$$

sennonché, la frazione trovata non è molto più semplice e armoniosa dell'espressione di partenza! Ci terremo quella.

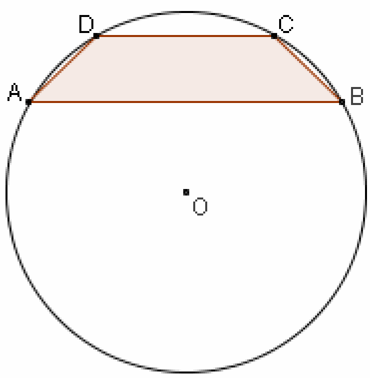
Ora possiamo scrivere

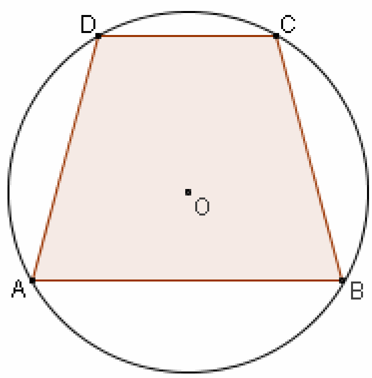
$$\mathrm{OK} = \sqrt{\mathrm{OE}^2 - \mathrm{EK}^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{2-\sqrt{2}}}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{2-\sqrt{2}} - \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{1}{2-\sqrt{2}} \cdot \frac{2+\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} - \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{4-2} - \frac{1}{4}} =$$

$$= \sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{4+2\sqrt{2}-1}{4}} = \sqrt{\frac{3+2\sqrt{2}}{4}} = \frac{\sqrt{3+2\sqrt{2}}}{2} = \frac{\sqrt{\left(1+\sqrt{2}\right)^2}}{2} = \boxed{\frac{1+\sqrt{2}}{2}} = \text{raggio cerchio inscritto} \atop \text{apotema}$$

Per il calcolo dell'area, moltiplicheremo per 8 l'area del triangolino OEF la quale è data da
$\frac{\mathrm{EF}\cdot\mathrm{OK}}{2} = 1\cdot\frac{1+\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{1+\sqrt{2}}{4}$, ottenendo quindi $\mathrm{S} = 8\cdot\frac{1+\sqrt{2}}{4} = \boxed{2\left(1+\sqrt{2}\right)}$

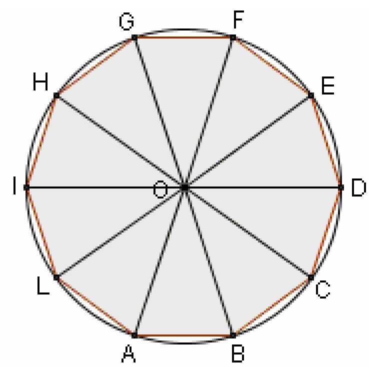
1) ⇨
Un trapezio è inscritto in una circonferenza di raggio R.
Determinare il lato obliquo del trapezio,
sotto l'ipotesi che le sue basi siano uguali ai lati del triangolo equilatero inscritto e dell'esagono regolare inscritto.
Distinguere i due casi:
a) le due basi stanno, rispetto al centro, dalla stessa parte;
b) le due basi stanno da parti opposte rispetto al centro.





2) Quanto vale il rapporto fra le aree dell'esagono regolare e del triangolo equilatero, inscritti nella stessa circonferenza?

3) Calcola l'area del decagono regolare inscritto in un cerchio di raggio unitario.



4) Calcola il rapporto fra l'area del triangolo equilatero circoscritto ad una circonferenza di raggio unitario, e l'area del triangolo equilatero inscritto nella stessa circonferenza.
Fai poi lo stesso per i quadrati circoscritto e inscritto; e ancora, per gli esagoni circoscritto e inscritto.

RISP. 1) a) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}\mathrm{R}$ b) $\mathrm{R}\sqrt{2}$ 2) Vale 2. L'area dell'esagono è il doppio; lo si può stabilire col calcolo oppure anche (provaci …) *senza* calcoli! 3) $\frac{5}{4}\sqrt{10-2\sqrt{5}}$ 4) 4; 2; 4/3