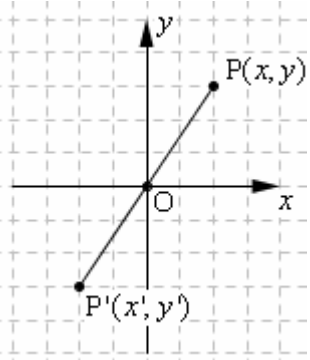
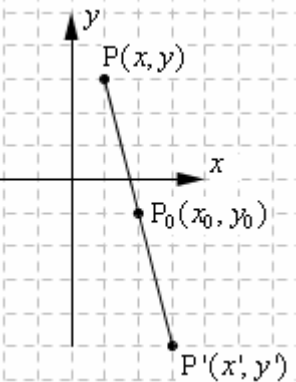
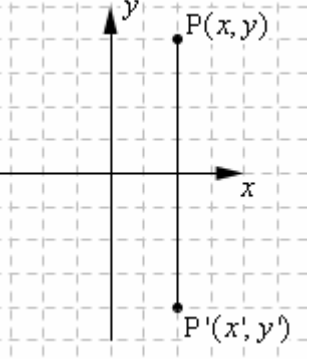
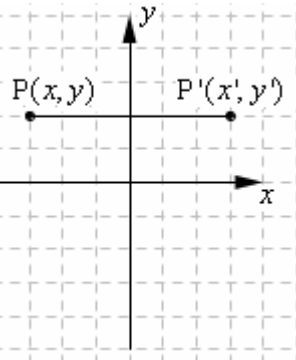
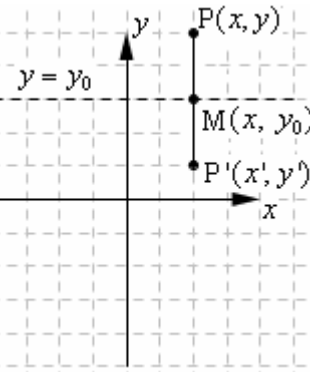
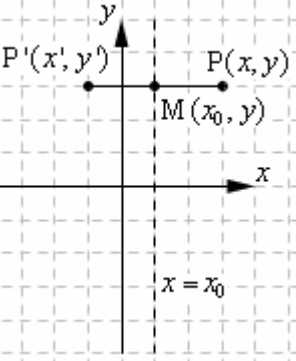
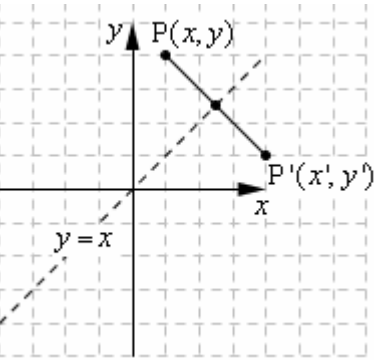
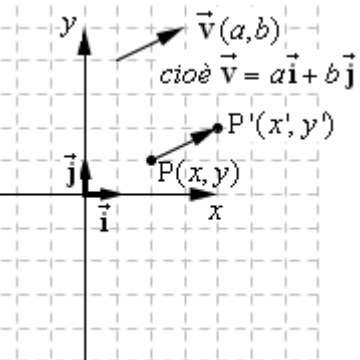
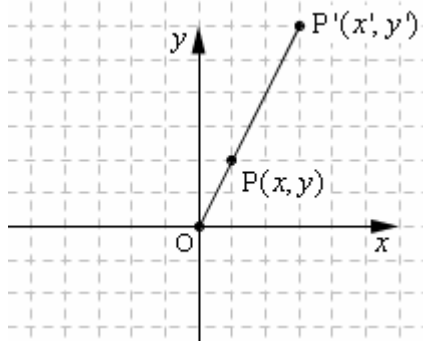


**16. AFFINITA' PARTICOLARI (TRASLAZIONI, SIMMETRIE, OMOTETIE)
DESCRITTE IN COORDINATE, NEL PIANO CARTESIANO**

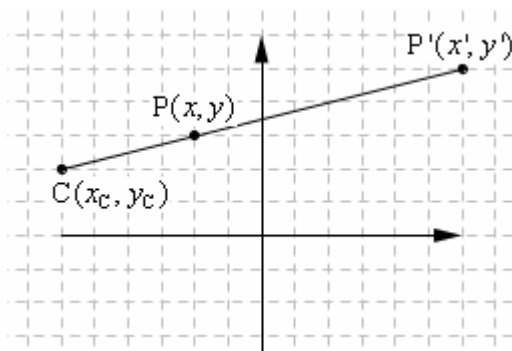
SIMMETRIA RISPETTO ALL'ORIGINE  $S_0 : \begin{cases} x' = -x \\ y' = -y \end{cases}$	SIMMETRIA RISPETTO AD UN PUNTO  P_0 è il punto medio del segmento PP', perciò (ascissa punto medio = media ascisse estremi, idem per l'ordinata) $x_0 = \frac{x + x'}{2} \rightarrow x' = 2x_0 - x$ $y_0 = \frac{y + y'}{2} \rightarrow y' = 2y_0 - y$ $S_{P_0} : \begin{cases} x' = 2x_0 - x \\ y' = 2y_0 - y \end{cases}$
SIMMETRIA RISPETTO ALL'ASSE x  $S_{asse\ x} : \begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases}$	SIMMETRIA RISPETTO ALL'ASSE y  $S_{asse\ y} : \begin{cases} x' = -x \\ y' = y \end{cases}$
SIMMETRIA RISPETTO A UNA PARALLELA ALL'ASSE x  M è il punto medio di PP', perciò $y_0 = \frac{y + y'}{2}$ $\downarrow$ $y' = 2y_0 - y$ $S_{y=y_0} : \begin{cases} x' = x \\ y' = 2y_0 - y \end{cases}$	SIMMETRIA RISPETTO A UNA PARALLELA ALL'ASSE y  M è il punto medio di PP', perciò $x_0 = \frac{x + x'}{2}$ $\downarrow$ $x' = 2x_0 - x$ $S_{x=x_0} : \begin{cases} x' = 2x_0 - x \\ y' = y \end{cases}$
SIMMETRIA RISPETTO ALLA BISETTRICE DEL 1° E 3° QUADRANTE  $S_{y=x} : \begin{cases} x' = y \\ y' = x \end{cases}$	TRASLAZIONE DI VETTORE $\vec{v}(a, b)$ ossia di componente orizzontale a e verticale b  $\vec{v}(a, b)$ cioè $\vec{v} = a\vec{i} + b\vec{j}$ $\tau_{\vec{v}} : \begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases}$ $\vec{i}, \vec{j}$ sono i cosiddetti "versori" degli assi (di modulo unitario). Nell'esempio a fianco, è $a=2, b=1$

OMOTETIA DI CENTRO L'ORIGINE E RAPPORTO $k \in \mathbb{R}^* = \mathbb{R} - \{0\}$ (nella figura è $k = 3$)



$$\omega_{O,k} : \begin{cases} x' = kx \\ y' = ky \end{cases}$$

OMOTETIA DI CENTRO $C(x_C, y_C)$ E RAPPORTO $k \in \mathbb{R}^*$ (nella figura è $k = 3$)



$$CP' = k \cdot CP \text{ (segmenti orientati)}$$

↓

$$x_{P'} - x_C = k(x_P - x_C)$$

$$y_{P'} - y_C = k(y_P - y_C)$$

$$\omega_{C,k} : \begin{cases} x' - x_C = k(x - x_C) \\ y' - y_C = k(y - y_C) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x' = kx + (1-k)x_C \\ y' = ky + (1-k)y_C \end{cases} \text{ da cui, ponendo } \begin{cases} (1-k)x_C = a \\ (1-k)y_C = b \end{cases}$$

$$\omega_{C,k} : \begin{cases} x' = kx + a \\ y' = ky + b \end{cases} \text{ (NOTA)}$$

NOTA Se le equazioni di un'omotetia sono assegnate sotto la forma $\begin{cases} x' = kx + a \\ y' = ky + b \end{cases}$

allora sarà possibile risalire al centro di omotetia in due modi alternativi:

1) ricordando le posizioni

$$a = (1-k)x_C$$

$$b = (1-k)y_C$$

da cui:

$$x_C = \frac{a}{1-k}$$

$$y_C = \frac{b}{1-k}$$

2) oppure semplicemente determinando il punto unito della trasformazione.

Esempio:

per trovare il centro C dell'omotetia $\begin{cases} x' = 3x - 4 \\ y' = 3y + 5 \end{cases}$

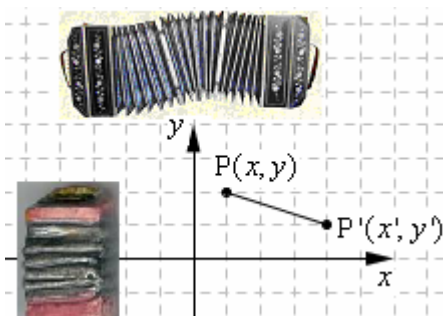
mi basta trovare il punto (x, y)

la cui immagine (x', y') coincide con (x, y) !

$$\begin{cases} x = 3x - 4 \\ y = 3y + 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -5/2 \end{cases} \quad C\left(2, -\frac{5}{2}\right)$$

DILATAZIONE DI CENTRO L'ORIGINE E RAPPORTI h (orizzontale), k (verticale)

$h, k \in \mathbb{R}^*$; nella figura è $h = 4, k = 1/2$



$$d_{O,h,k} : \begin{cases} x' = hx \\ y' = ky \end{cases}$$

Nella figura,
la fisarmonica orizzontale
si apre ($h=4$),
quella verticale
si chiude ($k=1/2$)

Generalizzazione:
se il centro non fosse l'origine
ma un dato punto

$$C(x_C, y_C),$$

le equazioni diventerebbero

$$d_{C,h,k} : \begin{cases} x' - x_C = h(x - x_C) \\ y' - y_C = k(y - y_C) \end{cases}$$