

10. - ESERCIZI

Sugli INDICI DI POSIZIONE (risposte a pag. 423)

A) MEDIA ARITMETICA, MEDIANA, MODA

- 1) I voti di una verifica sono stati i seguenti. Quanto valgono la media, la moda e la mediana?

7	7,5	8,5	5,5	6	8	7,5	6,5	5,5	8	4
6	4	6,5	6,5	7,5	9	5	4,5	7	8,5	9

- 2) “Ti ricordi quante erano mediamente le tue ore di studio pomeridiane, l’anno scorso”?

Fu fatta questa domanda a un gruppo di alunni di Prima Liceo, ed essi risposero così:

1	0,5	2	3	1,5	3	3	2	1	1	1,5	3	2,5	2	1,5	1,5
2	1,5	4	1	1,5	2,5	2	0,5	3	1,5	3	2	1	1,5	2	

Determina media aritmetica, mediana e moda di questi dati.

- 3) L’altezza media di 5 pallavoliste professioniste è di m 1,78. Quanto dovrebbe essere alta, al minimo, una sesta atleta, per far sì che la media raggiunga almeno metri 1,80?
- 4) Immaginiamo di suddividere un insieme di dati in due parti.
La media (aritmetica) generale coinciderà con la media delle due medie? Tu cosa ne dici?
- 5) Se in una regione un certo partito ha avuto il 26% dei consensi fra gli aventi diritto al voto e nella regione limitrofa solo il 16%, riunendo insieme le due regioni che percentuale si otterrebbe?

- 6) Aldo e Bruno si sono allenati sullo stesso percorso podistico.

Aldo, tutti i giorni feriali della settimana;

Bruno un giorno in meno perché ha perso,

per un impegno, un allenamento.

I tempi di percorrenza sono stati quelli in tabella.

Aldo ha dunque fatto il “record” con 24' 19".

E riguardo alle medie delle prestazioni, chi è stato il più veloce?

	Aldo	Bruno
Lunedì	25' 54"	26' 04"
Martedì	24' 45"	25' 55"
Mercoledì	25' 58"	24' 35"
Giovedì	26' 24"	
Venerdì	24' 19"	25' 18"

B) MEDIA ARITMETICA PER CLASSI

- 7) Numero di giorni in cui un libro è stato trattenuto in prestito dagli utenti di una biblioteca scolastica.

7	15	4	10	21	11	9	5	23	28	18	12	15	14	13	22	19	20	7	15	18	12	18
13	12	9	7	9	15	14	10	5	14	16	18	19	21	22	3	16	19	7	26	15	17	12

a) Calcola la media

b) Ricalcola la media dopo aver raggruppato i dati in intervalli (“classi di frequenza”) di 7 giorni (da 1 a 7; da 8 a 14; da 15 a 21; da 22 a 28 giorni).

Ricorda che, quando i dati sono suddivisi in classi, il valore che si attribuisce a ciascuna classe è la *semisomma* degli estremi dell’intervallo. Nel nostro esempio, la classe “da 1 a 7 ” ha frequenza 8 (se fai il conteggio, vedrai che sono 8 gli utenti che hanno trattenuto il libro da 1 a 7 giorni); bene, allora nel calcolo della media per classi si moltiplicherà per 8 il valore centrale della classe ossia $(1+7)/2=4$. La media *per classi* trovata differisce di molto dalla media “normale”?

- 8) Ecco qui di seguito la spesa registrata da una delle casse di un supermercato per 100 persone consecutive.

13,65	83,20	12,45	7,05	123,40	22,10	75,25	32,15	95,50	135,45
67,25	31,20	14,70	68,80	72,15	25,50	151,15	39,80	48,45	35,50
19,95	64,10	84,15	30,95	22,85	36,70	61,85	14,40	23,55	82,15
23,60	35,90	41,10	52,80	7,65	23,30	129,25	57,15	18,10	97,25
32,10	45,45	59,65	34,45	47,10	22,50	33,90	97,05	24,55	149,60
19,95	42,50	76,20	84,15	24,5	32,45	23,20	60,35	43,80	25,55
28,10	39,10	45,50	71,05	30,90	28,15	16,25	77,10	36,35	42,15
254,50	100,90	93,15	27,75	9,90	38,45	26,50	20,95	30,40	55,00
36,10	28,90	73,85	48,70	98,95	29,40	35,15	44,20	36,30	22,55
19,95	20,75	66,80	51,05	34,70	40,80	46,05	63,25	89,10	33,80

Con un foglio elettronico:

- a) individua la spesa minima e la massima b) calcola la spesa media individuale
c) ordina i dati d) suddividi i dati in classi la cui ampiezza sia 10 euro
e) ricalcola la media “per classi” (si conta il numero di clienti la cui spesa rientra in una data classe, e si attribuisce come spesa a ciascuno di quei clienti il valore centrale della classe).
La media “esatta” e la media “per classi” così determinate differiscono di molto?

- 9) I prezzi di un articolo, rilevati in un gruppo di 72 esercizi commerciali italiani, sono stati quelli riportati nella tabella qui a fianco.

Se ti viene richiesta la media dei prezzi in questo insieme di negozi, sei in grado di calcolarla?

Prezzo (in euro)	Numero punti vendita
$8,00 \leq p < 8,50$	2
$8,50 \leq p < 9,00$	5
$9,00 \leq p < 9,50$	15
$9,50 \leq p < 10,00$	24
$10,00 \leq p < 10,50$	18
$10,50 \leq p < 11,00$	7
$11,00 \leq p < 11,50$	1

C) MEDIA ARITMETICA PONDERATA (NELLE DUE INTERPRETAZIONI)

- 10) I genitori modificano la paghetta settimanale del figlio a seconda del comportamento, e dei voti a scuola. L'anno passato il ragazzo ha avuto: per 25 settimane 20 euro a settimana, per 18 settimane 10 euro e per le rimanenti 9 settimane ... 0 euro. Quale è stata la paghetta settimanale media?
- 11) In occasione del pensionamento di un collega, viene fatta una colletta per acquistare un regalo e 5 partecipanti donano 20 euro ciascuno, 18 contribuiscono con 10 euro, i rimanenti 23 ci mettono 5 euro. Calcola media, mediana e moda delle offerte.

- 12) In una colonia estiva i ragazzi hanno le età in tabella.

Età	Numero ragazzi
10	25
11	28
12	31
13	18

Qual è l'età media? L'età mediana? La moda delle età?

- 13) Un grosso complesso residenziale ha appartamenti di varia conformazione. La tabella indica quanti fra gli appartamenti hanno n vani. Determina la media, la mediana, la moda del numero di vani.

	n
4	2
15	3
25	4
20	5
5	6
2	7

- 14) a) Una giovane insegnante con poca esperienza decide di assegnare un punteggio da 0 a 10 a ciascuna delle 5 parti A, B, C, D, E in cui si articola una prova scritta. Corregge i primi 3 elaborati e annota i vari giudizi parziali in una griglia, ripromettendosi poi di fare la media su ogni riga:

Studente	A	B	C	D	E
Paolo	8	7	7	7	8
Serena	7	8	8	8	9
Martina	8	9	9	6	7

Le tre correzioni effettuate, però, inducono la professoressa ad un ripensamento, perché fanno emergere con chiarezza che non sarebbe corretto considerare i 5 quesiti equivalenti fra loro: alcuni infatti risultano essere ben più impegnativi di altri.

Decide allora di "pesare" in modo diverso le differenti sezioni, e attribuisce i pesi in questo modo:

Parte	A	B	C	D	E
Peso	1	1,5	0,8	2	0,5

Come verranno valutati dunque Paolo, Serena e Martina, se quello che si vuole è un voto finale da 0 a 10?

E se si desidera un voto finale dal 2 al 10?

- b) Realizza un **foglio elettronico** in cui un insegnante possa inserire, per una verifica con 5 esercizi: il punteggio (da 0 a $puntmax$) acquisito in ciascun esercizio; il "peso" attribuito a ogni esercizio; il voto minimo e il voto massimo previsti. Chiaramente, ne dovrà uscire il voto assegnato.

- 15) Una ditta che vuole assumere tecnici specializzati valuta per ciascun candidato: il curriculum iniziale; gli esiti di un esame scritto; gli esiti di un colloquio orale. I punteggi sono in decimi; tuttavia, si è deciso di assegnare peso 1,5 all'esame scritto, ritenuto più indicativo degli altri due elementi di giudizio, mentre sia al curriculum che all'esame orale verrà attribuito peso 1.

Ciò premesso, con un foglio elettronico determina le medie ponderate degli 8 candidati. Qual è la minima fra queste?

Candidato	Curriculum	Scritto	Orale
A	5	7	7
B	4	6	8
C	7	5	5
D	2	8	9
E	8	7	8
F	4	6	6
G	3	5	4
H	7	9	8

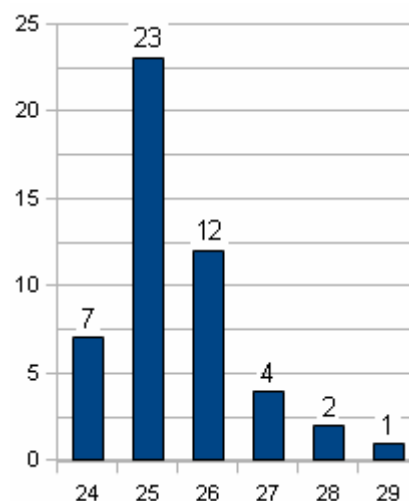
D) ALTRI ESERCIZI SU MEDIA ARITMETICA, MEDIANA E MODA

- 16) Nella classe Seconda A, che ha 22 allievi, la media dei punteggi di un test è stata 7,25.
Nella Seconda B gli allievi sono 28 e la media dei punteggi dello stesso test è risultata essere 7,8.
E' possibile, con questi dati, calcolare esattamente la media complessiva, ossia la media dei punteggi ottenibili mettendo insieme in un unico gruppo tutti gli studenti di entrambe le classi?
- 17) Una squadra di basket, con 10 giocatori fra titolari e riserve, ha la sua brava distribuzione di altezze.
Se il giocatore più alto (m 1,98) viene venduto ad un'altra squadra e il suo posto viene preso da un giocatore alto addirittura m 2,04, cambieranno media aritmetica e mediana delle altezze?
Supponendo di suddividere le altezze in intervalli di 5 cm, cambierà la classe modale?
- 18) Al termine della frequentazione di una scuola privata, viene rilasciato un diploma comprensivo di valutazione finale che può essere un numero intero da 6 a 10.
Se nella storia di quell'istituto scolastico fino ad oggi il 20% dei diplomati è uscito col 6, il 40% col 7, il 22% con l'8, il 12% col 9 e il 6% col 10, quale è stata la media di tutti i voti?
- 19) Con gli esiti del "questionario del curiosone" (pag. 360), calcola la *media* dei dati, laddove abbia significato, ossia per 1), 2), 3), 4), 5), 6), 7), 11), 12), 13), 15).
Per 1), ripeti poi il calcolo della media suddividendo le altezze in intervalli ("classi") di 3 cm e assumendo come valore, per ogni classe, il "punto di mezzo" di quella classe.
Ad esempio, se una delle classi è formata dalle altezze di cm 170-171-172, e gli alunni di questa fascia sono 5 con altezze date da 170, 170, 171, 171, 172, allora il valore centrale è 171 e nella media generale, anziché la somma 170+170+171+171+172, a numeratore comparirà 171 moltiplicato per 5.
Confronta il valore così ottenuto con la media calcolata precedentemente.
- 20) Con gli esiti del "questionario del curiosone", calcola la *mediana* dei dati, laddove abbia significato, ossia per 1), 2), 3), 4), 5), 6), 7), 10), 11), 12), 13), 15)
- 21) Con gli esiti del "questionario del curiosone", calcola la *moda* dei dati, laddove abbia significato, ossia per 1), 2), 3), 4), 5), 6), 7), 8), 9), 10), 11), 12), 13), 14), 15).
Per 1), 2) e pure 3), 5), 7), 13), 15), prima di determinare la moda converrà suddividere i dati in intervalli, o "classi" (esempio: le altezze in intervalli di 2-3 cm, il n° di amici su Facebook in intervalli di 100 ...)
- 22) Una gara ciclistica per dilettanti in 3 tappe è stata vinta da un atleta che ha fatto registrare i tempi riportati in tabella.
Quale è stata la velocità media dell'atleta nell'intera gara?

	km	tempo
Prima tappa	155	4h 42' 27"
Seconda tappa	94,5	2h 45' 08"
Terza tappa	147	4h 01' 45"

- 23) L'istogramma qui a destra (tracciato con OpenOffice Calc) → è relativo a un gruppo di ingegneri laureatisi a diverse età.

Quali sono la media, la mediana e la moda della distribuzione?

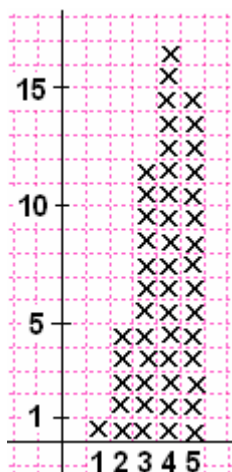


- 24) Con riferimento ai dati, già precedentemente considerati, e che qui sotto riportiamo, delle velocità di 60 auto controllate dalla Polizia, si domanda quali sono la media, la mediana e la moda della distribuzione.
Supponiamo ora di suddividere i dati in classi: da 45 km/h a 49 estremi inclusi, da 50 a 54, ...
Quali sarebbero la *moda* (= *classe modale*), la *classe mediana* e la *media per classi* in questo caso?

57	61	52	48	68	48	55	56	72	49	50	55
54	61	58	63	64	61	47	52	53	59	48	54
56	60	51	51	50	78	67	61	58	55	59	53
62	54	49	45	56	60	51	52	60	54	55	51
48	57	56	55	58	53	59	70	74	64	81	52

Traccia (col foglio elettronico) l'istogramma dei dati suddivisi in classi.

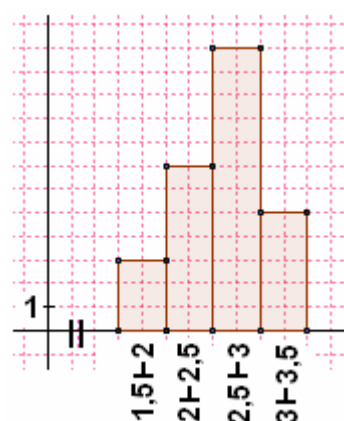
- 25) Cosa ti aspetti facendo la media degli esiti di tanti lanci di un dado? Lanciane effettivamente uno, almeno 50-100 volte (può essere un "lavoro di gruppo" ... fossero tutti così, i lavori ... ☺)



- 26) A un gruppo di residenti in un piccolo paese è stato chiesto di esprimere con un punteggio da 1 a 5 il proprio gradimento per la giunta comunale.

Le risposte si sono ripartite come illustrato dall'istogramma qui a sinistra.

Determina media, mediana e moda della distribuzione.



- 27) Andiamo a riprendere i dati registrati dall'insegnante di Educazione Fisica riguardo alle distanze saltate in lungo dai giovani allievi. Quali sono la media, la mediana e la moda della distribuzione?

- 28) La tabella sottostante, tratta da *Regards sur l'éducation 2008: Les indicateurs de l'OCDE* e relativa però a dati del 2006, mostra un indicatore della preparazione scientifica posseduta dagli studenti dei paesi aderenti all'organizzazione. Con un foglio elettronico, ordina i dati e determinane la media e la mediana. Fai poi comparire accanto a ciascun dato il suo scarto (positivo o negativo) dalla media. Calcola la somma di questi scarti: cosa ti aspetti che esca?

Australie	527	Allemagne	516	Luxembourg	486	Espagne	488
Autriche	511	Grèce	473	Mexique	410	Suède	503
Belgique	510	Hongrie	504	Pays-Bas	525	Suisse	512
Canada	534	Islande	491	Nouvelle-Zélande	530	Turquie	424
Rép. chèque	513	Irlande	508	Norvège	487	Royaume-Uni	515
Danemark	496	Italie	475	Pologne	498	États-Unis	489
Finlande	563	Japon	531	Portugal	474		
France	495	Corée	522	Rép. slovaque	488		

- 29) Una pasticceria domanda alle famiglie dei suoi 3 dipendenti di assaggiare una nuova torta assegnandole un giudizio di gradimento da 0 a 5. Si decide però di attribuire peso 3 ai giudizi delle mamme, 2 a quelli dei figli, 1 a quelli dei papà. Se gli assaggiatori si sono espressi come segue, qual è la media finale?

M	P	F	F	M	P	F	F	F	M	P	F	F
4	4	5	4	3	3	4	4	4	3	4	5	4

- 30) Famiglie residenti in Italia classificate per numero di componenti (valori assoluti in migliaia e composizioni percentuali) - Dati ISTAT

Numero di componenti	1961	1971	1981	1991	2001
1	10,6	12,9	17,9	20,6	24,9
2	19,6	22,0	23,6	24,7	27,1
3	22,4	22,4	22,1	22,2	21,6
4	20,4	21,2	21,5	21,2	19,0
5	12,6	11,8	9,5	7,9	5,8
6 o più	14,4	9,7	5,4	3,4	1,7
Totale	13747	15981	18632	19909	21811

Si può calcolare la media dei componenti di una famiglia in un dato anno, poniamo nel 1961? E il numero approssimativo totale dei residenti in un dato anno, poniamo il 2001?

E) ALTRI TIPI DI MEDIA, OLTRE A QUELLA ARITMETICA

- 31) Per i seguenti dati determina

- media aritmetica (senza usare né il computer né la calcolatrice)
- media geometrica (calcolatrice: estrarre, ad es., la radice quinta, è come elevare all'esponente $1/5 = 0,2$)
- media armonica (col computer: foglio elettronico)
- media quadratica (col computer: foglio elettronico)

a)	7	5	1	3	4
b)	1	1	1	2	1
c)	1	1/2	1/4		

- 32) Una scatola a forma di parallelepipedo rettangolo ha dimensioni (in cm) 30 X 40 X 50 .

Che spigolo dovrebbe avere un cubo (quindi: un parallelepipedo rettangolo con le 3 dimensioni uguali), se si desidera che il suo volume sia uguale a quello della scatola?

A quale quantità da noi studiata corrisponde la lunghezza dello spigolo di questo cubo?

- 33) Il “quesito di Briatore”

Tempo fa, a un noto VIP italiano, facente parte del mondo della Formula 1, venne posto il seguente quesito:

Qual è la velocità media di un'automobile in un circuito,

se metà dei giri sono coperti a 100 km/h e l'altra metà a 300 Km/h?

La risposta di Briatore fu (sorprendentemente, per alcuni) corretta.

Qual è questa risposta esatta? E come è presumibile che ci sia arrivato il VIP?

- 34) Considera, in un triangolo ABC rettangolo in A, l'altezza AH relativa all'ipotenusa e le due proiezioni BH e HC dei cateti sull'ipotenusa.

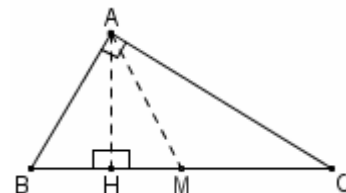
Il II° Teorema di Euclide afferma che vale la proporzione

$$BH : AH = AH : HC$$

Ma da ciò segue allora che AH rappresenta la media dei due segmenti BH e HC.

E a ben guardare, anche la mediana AM relativa all'ipotenusa può essere considerata come una media in relazione a BH e HC!

E' noto infatti che la mediana relativa all'ipotenusa in un triangolo rettangolo è metà dell'ipotenusa stessa; e ciò significa che la mediana AM rappresenta, dei due segmenti BH e HC, la media



- 35) L'esercizio 34) può servire a dimostrare geometricamente che dati due numeri positivi,

la loro media geometrica non può mai essere maggiore della loro media aritmetica ($M_G \leq M$). Perché?

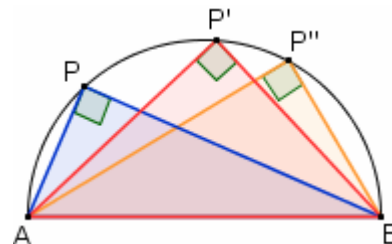
- 36) Si può dimostrare che se un angolo

è “inscritto in una semicirconferenza” (vedi figura), allora è di 90°. →

Perciò i triangoli ABP, ABP', ABP'', ... in figura sono tutti rettangoli;

Bene, le coppie di cateti hanno “qualcosa” in comune che ha a che fare con il discorso “medie”.

Che cosa?



- 37) Percorro in motorino l'anello di 2500 metri intorno al mio isolato, tenendo il tachimetro sui 30 km/h al primo giro, sui 35 km/h al secondo e sui 45 km/h al terzo. Qual è la mia velocità media sui tre giri?

- 38) Percorro in motorino l'anello che circonda il mio isolato, tenendo il tachimetro sui 30 km/h per 5 minuti, sui 35 km/h per altri 5' e sui 45 km/h per ulteriori 5'. Qual è la mia velocità media in questo quarto d'ora?

- 39) Trova la velocità media nei seguenti due casi:

- Si procede per $\frac{1}{2}$ ora a 1 km all'ora, per $\frac{1}{2}$ ora a 2 km all'ora e infine per un'altra $\frac{1}{2}$ ora a 6 km all'ora
- Si procede per $\frac{1}{2}$ km a 1 km all'ora, per $\frac{1}{2}$ km a 2 km all'ora e infine per un'altro $\frac{1}{2}$ km a 6 km all'ora

- 40) Sono un ciclista dilettante, e mi alleno. Ho pedalato $\frac{3}{4}$ d'ora ai 24 km/h.

A che velocità dovrei procedere i successivi $\frac{3}{4}$ d'ora, se desiderassi ottenere una velocità media complessiva di 27 km/h?

- 41) Sono un ciclista dilettante, e mi alleno. Ho pedalato 1 quarto d'ora ai 24 km/h.

A che velocità dovrei procedere i successivi $\frac{3}{4}$ d'ora, se desiderassi ottenere una velocità media complessiva di 27 km/h?

- 42) Sono un ciclista dilettante, e mi alleno. Ho percorso 6 km ai 24 km/h. A che velocità dovrei coprire i 6 km restanti, se desiderassi ottenere una velocità media complessiva di 27 km/h?

- 43) Sono un ciclista dilettante, e mi alleno. Ho percorso 6 km in 1 quarto d'ora. A che velocità dovrei coprire i successivi 24 km del tragitto, se desiderassi ottenere una velocità media complessiva di 27 km/h?

- 44) Un “amico” mi ha persuaso a un investimento col quale ho guadagnato il 3% il 1° anno, ho guadagnato ancora il 5% il 2° anno (NOTA), e ho perso però poi l'8% il 3° anno ☹. Qual è la mia situazione finanziaria dopo tutto ciò?

NOTA - Quando si dice “guadagno il p%”, occorrerebbe sempre specificare *rispetto a che cosa* quel p% deve essere calcolato. In casi come il nostro, quando ci si riferisce a guadagni o perdite *anno dopo anno*, si intende che il p% sia da calcolarsi rispetto alla cifra che si possedeva *all'inizio dell'anno in questione*.

- 45) Con un foglio elettronico, traccia una “serie storica” che illustri l’evolversi di un capitale di 100 euro, i cui incrementi annui, in un triennio, siano stati rispettivamente del 3%, del 5% e del -8% .
- 46) Se un usuraio, dopo aver prestato 100, richiede 150 dopo 2 anni, è come se avesse applicato il tasso di interesse medio annuo del ... ?
- 47) Nel giro di 2 anni, per via della crisi di una grande azienda, il valore delle sue azioni è dimezzato. Quale è stata la diminuzione percentuale media annua?
(Suggerimento: se ogni anno la diminuzione in percentuale fosse sempre stata la medesima, allora, indicando con x questa percentuale, dopo 1 anno il prezzo iniziale p ce lo saremmo ritrovato moltiplicato per $1 - \frac{x}{100}$, dopo due anni per $\left(1 - \frac{x}{100}\right)^2$, da cui l’equazione ...)
- 48) Un’azienda meccanica utilizza una vecchia apparecchiatura M_1 in grado di produrre 24 pezzi all’ora. Questa macchina viene lasciata in funzione per un tempo t_1 , fino a che ha prodotto k pezzi. Successivamente viene spenta e al suo posto ne viene sperimentata un’altra, M_2 , di ultima generazione, che lavora al ritmo di 40 pezzi all’ora. Questa seconda macchina viene lasciata in funzione per un tempo t_2 , fino a che ha prodotto anch’essa k pezzi. Quanti pezzi all’ora dovrebbe produrre una 3^a macchina M_3 , se si desidera che possa fabbricare k pezzi nella media aritmetica $\frac{t_1 + t_2}{2}$ dei due tempi t_1 e t_2 ?
La risposta sta in una delle medie da noi studiate?

E terminiamo con due esercizi davvero molto belli, ma difficili.

Essi richiedono qualche nozione di Geometria che nelle scuole superiori italiane dovrebbe senz’altro essere acquisita entro il primo biennio

(angoli inscritti in semicirconferenze, teoremi di Euclide o anche solo conoscenza delle Similitudini, ecc.).

Dimostra i seguenti enunciati:

49)

Sia $AP = a$, $PB = b$. Tracciamo la semicirconferenza di diametro AB , poi per P la perpendicolare al diametro fino a raggiungere la semicirconferenza in C , quindi il raggio OC , la distanza PD di P da OC , la perpendicolare per il centro O al diametro fino a raggiungere la semicirconferenza in E , la congiungente PE .

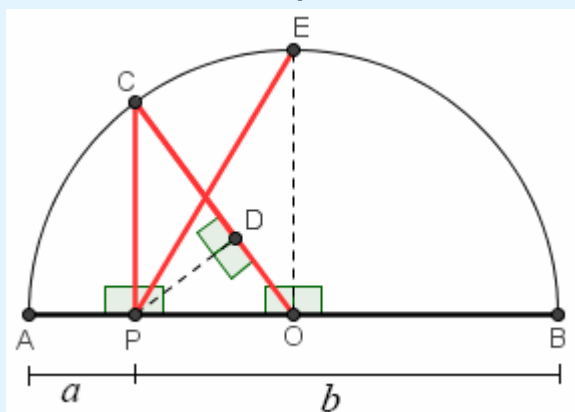
Allora i segmenti OC , PC , DC , PE sono altrettante medie fra a e b :

OC = media aritmetica;

PC = media geometrica

DC = media armonica;

PE = media quadratica



E da tutto ciò si può trarre che è sempre (per a, b positivi):

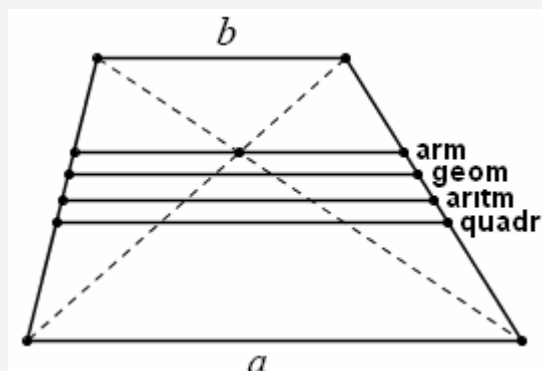
$$M_Q \geq M \geq M_G \geq M_A$$

50)

In un trapezio le due basi misurano a, b .

Allora quattro segmenti, ciascuno interno al trapezio e parallelo alle sue due basi, rappresentano altrettanti tipi di media fra a e b .

- I) Il segmento equidistante dalle due basi ne rappresenta la media aritmetica
- II) Il segmento, che ha la proprietà di dividere il trapezio in due trapezi simili fra loro, ne rappresenta la media geometrica
- III) Il segmento, che ha la proprietà di dividere il trapezio in due trapezi aventi ugual area, ne rappresenta la media quadratica
- IV) Il segmento che passa per il punto di intersezione delle due diagonali ne rappresenta la media armonica



Sugli INDICI DI DISPERSIONE

(risposte a pag. 425)

 Da Wikipedia
l'enciclopedia libera

Consider a **population** consisting of the following eight values: 2, 4, 4, 4, 5, 5, 7, 9

The eight data points have a **mean** (or **average**) value of 5: $\frac{1}{8}(2+4+4+4+5+5+7+9) = 5$

To calculate the population standard deviation, first compute the difference of each data point from the mean, and square the result:

$$(2-5)^2 = (-3)^2 = 9 \quad (4-5)^2 = (-1)^2 = 1 \quad (4-5)^2 = (-1)^2 = 1 \quad (4-5)^2 = (-1)^2 = 1$$

$$(5-5)^2 = 0^2 = 0 \quad (5-5)^2 = 0^2 = 0 \quad (7-5)^2 = 2^2 = 4 \quad (9-5)^2 = 4^2 = 16$$

Next divide the sum of these values by the number of values and take the square root to give the standard deviation:

$$\sqrt{\frac{1}{8}(9+1+1+1+0+0+4+16)} = 2$$

1) Per ciascuna delle tre serie di dati riportati in tabella determina:

I) campo di variabilità

II) scarto assoluto medio

III) scarto quadratico medio o deviazione standard, sia con la formula-base

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - M)^2 + (x_2 - M)^2 + \dots + (x_n - M)^2}{n}}$$

che con la formula alternativa

$$\sigma = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n} - M^2}$$

IV) coefficiente di variazione

a)	7	5	1	3	4
b)	1	1	1	2	1
c)	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$		

2) Fra le locuzioni “scarto medio”, “scarto assoluto medio” e “scarto medio assoluto”, quale è più corretta?

3) In un campione di persone appartenenti a una riserva indiana viene misurata la lunghezza della spanna, e si trova una media di 18,0 cm con una deviazione standard di 0,8 cm mentre misurando la lunghezza del piede si trova una media di 24,2 cm e una deviazione standard di cm 1,1. Il grado di “dispersione” delle misure è maggiore per la mano o per il piede?

4) Lavoro di gruppo in laboratorio.

Si raccolgono, in un foglio elettronico, i numeri di scarpe di tutte le femmine della classe; si fa lo stesso per tutti i maschi.

Poi si fa in modo che il foglio elettronico calcoli, per ciascuno dei due insiemi di dati:

- ☐ la media;
- ☐ il campo di variabilità;
- ☐ lo scarto quadratico medio;
- ☐ il coefficiente di variazione.

Cosa dovrebbe guardare chi desiderasse farsi un'idea se siano più omogenee le “dimensioni” della parte femminile oppure di quella maschile della classe?

5) La tabella che segue registra il numero di anni di permanenza al trono dei regnanti inglesi da King Athelstan (924-940) a Queen Elizabeth II (in carica il 30/6/2010, data dell'ultimo aggiornamento). Le durate sono state disposte in ordine crescente, e i dati arrotondati all'intero più vicino.

1	1	1	2	2	3	4	4	4	5	6	6	7	9	9	9	10	12	13	13	13	13
15	16	16	18	19	19	19	20	21	21	22	23	24	24	24	25	26	33	35	35	35	38
38	39	44	50	56	58	60	64														

a) Calcola, con un foglio elettronico, la media e lo scarto quadratico medio di questi dati.

b) Successivamente, raggruppa i dati in classi di 3 anni (da 1 a 3; da 4 a 6 ...), determina la frequenza di ciascuna classe e calcola nuovamente la media, prendendo come valore corrispondente a ogni classe il valore centrale di quest'ultima. Infine, fai lo stesso per classi di 5 anni (da 1 a 5, da 6 a 10 ...).

Le medie così calcolate sono prossime fra loro?

- 6) Considera i seguenti tre insiemi di dati: A) 7 8 6 6 8 B) 9 7 7 5 7 C) 7 8 7 6 7

Si tratta dei voti di matematica presi da tre diversi studenti nel corso dell'anno scolastico.

Potrai verificare che la media è la medesima;

tuttavia, uno di questi ragazzi è stato, per così dire, più "costante" degli altri nelle sue *performance*.

Di chi si sta parlando: dello studente A, B o C?

- 7) Quattro padri e quattro figli, appassionati di atletica, hanno fatto registrare i tempi seguenti in una corsa campestre:

25', 34', 27' e 29' i padri; 36', 45', 47' e 43' i figli.

Nel complesso, hanno avuto prestazioni più disomogenee i padri o i figli?

- 8) Una *software house* dispone di due uffici tecnici, uno a Torino e l'altro a Milano, cui si rivolgono, tramite Internet, i clienti di tutta Italia per consulenze riguardo a problemi vari inerenti alla installazione e gestione del software. E' interessante analizzare l'insieme di dati costituito dal numero di minuti che sono intercorsi, nei due uffici, fra l'apertura della email che richiedeva l'intervento e la prima email di risposta finalizzata alla risoluzione del problema, per un campione di 50 interventi consecutivi.

Ufficio torinese:

10 38 36 10 12 14 45 43 42 16 41 37 13 6 11 39 48 39 44 2 9 15 7 14 40
41 8 10 13 12 42 8 10 38 36 41 39 39 16 8 39 39 42 45 43 7 9 39 44 16

Ufficio milanese:

68 72 68 68 65 25 29 75 30 32 36 17 24 77 32 36 64 67 75 21 75 29 73 67 69
28 76 39 33 38 75 37 37 30 80 32 70 28 25 67 70 30 31 72 71 67 78 67 64 29

Che ipotesi si possono fare sul modo di lavorare delle due squadre di tecnici?

- 9) La tabella sottostante, tratta da *Regards sur l'éducation 2008: les indicateurs de l'OCDE* e relativa però a dati del 2006, mostra un indicatore della preparazione scientifica posseduta dagli studenti dei paesi aderenti all'organizzazione.

Con un foglio elettronico, determina il campo di variabilità di questi dati sulle competenze scientifiche degli studenti, senza ordinare i dati medesimi.

Determina pure scarto assoluto medio, varianza, scarto quadratico medio, e coefficiente di variazione.

Calcola altresì lo scarto quadratico medio "corretto", quello che si ottiene con la formula a fianco e che, per n grande, è molto prossimo allo scarto quadratico medio "non corretto".

$$\sqrt{\frac{(x_1 - M)^2 + (x_2 - M)^2 + \dots + (x_n - M)^2}{n - 1}}$$

Australie	527	Allemagne	516	Luxembourg	486	Espagne	488
Autriche	511	Grèce	473	Mexique	410	Suède	503
Belgique	510	Hongrie	504	Pays-Bas	525	Suisse	512
Canada	534	Islande	491	Nouvelle-Zélande	530	Turquie	424
Rép. chèque	513	Irlande	508	Norvège	487	Royaume-Uni	515
Danemark	496	Italie	475	Pologne	498	États-Unis	489
Finlande	563	Japon	531	Portugal	474		
France	495	Corée	522	Rép. slovaque	488		

- 10) E sai a cosa si riferiscono questi dati, tratti dalla stessa fonte di prima?

Al numero medio di ore annue obbligatorie passate a scuola da uno studente di 15 anni (nel 2006).

Australie	Autriche	R. tch.	Danemark	Angleterre	Finlande	France	Allemagne	Grèce
968	1005	960	900	760	856	1033	900	1117
Hongrie	Islande	Irlande	Italie	Norvège	Portugal	Espagne	Suède	Turquie
763	888	802	1089	855	826	979	741	810

Richieste come per l'esercizio precedente.

- 11) Dimostra che $\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - M)^2 + (x_2 - M)^2 + \dots + (x_n - M)^2}{n}} = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n} - M^2}$, nel caso $n = 2$.

- 12) La quantità $\sqrt{\frac{(x_1 - a)^2 + (x_2 - a)^2 + \dots + (x_n - a)^2}{n}}$ è minima quando $a = M = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$.

Con un foglio elettronico, verifica questo fatto su di un esempio.