

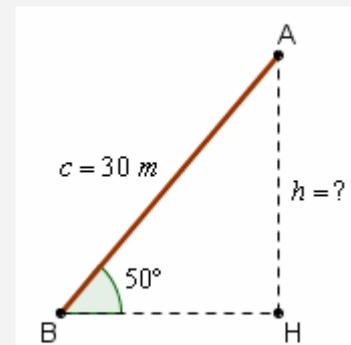
## 12. ESERCIZI

### ESEMPI SVOLTI

- 1) Un bambino sta facendo volare un aquilone, in una giornata di primavera in cui il vento è molto forte. La corda è tesa, viene utilizzata per intero, e forma col suolo un angolo di  $50^\circ$ . La lunghezza della corda è di 30 metri. Quanto si è sollevato dal suolo l'aquilone?



FAI SEMPRE UN DISEGNO SCHEMATICO DELLA SITUAZIONE! E SUL DISEGNO, RIPORTA CON CURA I VARI DATI!



$$\text{cateto} = \text{ipotenusa} \cdot \text{seno dell'angolo opposto} \quad h = c \cdot \text{sen } \hat{B} = 30 \cdot \text{sen } 50^\circ \approx 30 \cdot 0.77 \approx 23 \text{ m}$$

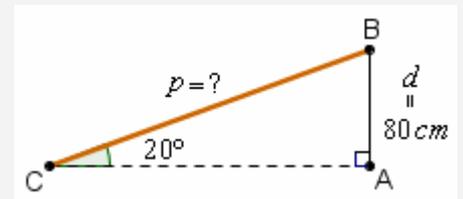
NOTA - Data la manifesta approssimazione da cui sono affette le informazioni, non sarebbe stato per niente logico scrivere il risultato con una precisione maggiore!

Anzi, alla fine andrebbe aggiunto ancora 1 metro circa ... l'altezza da terra della mano che regge la corda!

- 2) Una passerella, che permette di superare un dislivello di 80 cm, forma un angolo di  $20^\circ$  col suolo. Quanto è lunga la passerella?

$$d = p \cdot \text{sen } 20^\circ \rightarrow p = \frac{d}{\text{sen } 20^\circ} \approx \frac{80}{0.342} \approx 234 \text{ cm}$$

Abbiamo approssimato al risultato del calcolo alle unità perché una precisione maggiore non avrebbe avuto molto senso: i dati sono evidentemente affetti da incertezza, e nella pratica la passerella, quando viene sistemata, dovrà andare leggermente più in alto degli 80 cm ...



- 3) Si valuta l'altezza di un bell'abete stando alla finestra di una villa distante 30 metri. Se l'osservatore ne vede la base e la sommità rispettivamente secondo

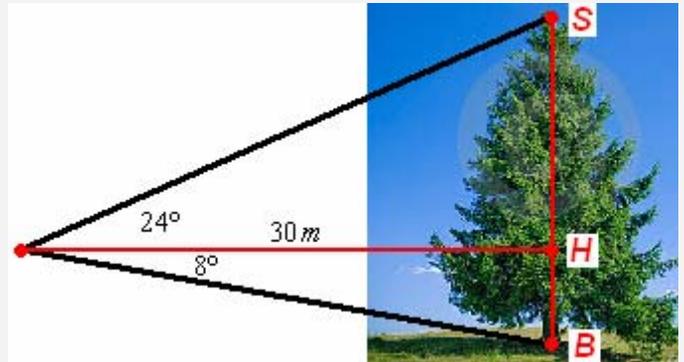
- un angolo di depressione di  $8^\circ$
- e un angolo di elevazione di  $24^\circ$ ,

quant'è alto l'abete?

$$HB = 30 \cdot \text{tg } 8^\circ \approx 30 \cdot 0.14 = 4.2 \text{ m}$$

$$HS = 30 \cdot \text{tg } 24^\circ \approx 30 \cdot 0.45 = 13.5 \text{ m}$$

$$\text{Totale: circa } 4.2 + 13.5 \approx 18 \text{ metri}$$



### PIU' COMPLICATO: SI APPLICA IL "TEOREMA DEI SENI"

- 4) Un grattacielo di 120 metri si affaccia su di una grande piazza al centro della quale sopravvive un'antica chiesetta romanica. Se la sommità del campanile è vista:

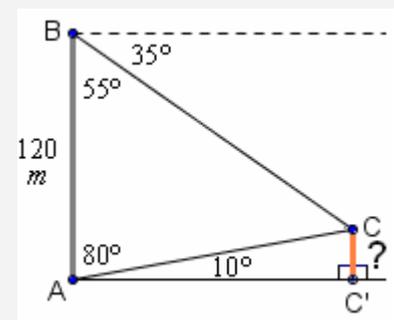
- dalla cima del grattacielo, secondo un angolo di depressione di  $35^\circ$
- e dalla base del grattacielo, secondo un angolo di elevazione di  $10^\circ$

quanto è alto il campanile?

Consideriamo il triangolo ABC in figura, del quale conosciamo  $AB = m 120$ ,  $\hat{ABC} = 55^\circ$ ,  $\hat{BAC} = 80^\circ$ , per determinare, col Teorema dei Seni, la lunghezza di AC.

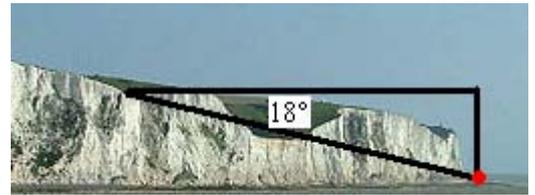
$$\frac{AC}{\text{sen } \hat{ABC}} = \frac{AB}{\text{sen } \hat{BCA}} \rightarrow AC = \frac{AB \cdot \text{sen } \hat{ABC}}{\text{sen } \hat{BCA}} = \frac{120 \cdot \text{sen } 55^\circ}{\text{sen } 45^\circ} \approx 139 \text{ m}$$

$$\text{Dopodichè: } C'C = AC \cdot \text{sen } 10^\circ \approx 139 \cdot 0.174 \approx 24 \text{ m}$$



**SENO, COSENO, TANGENTE (E RISPETTIVE INVERSE): TRIANGOLI RETTANGOLI**

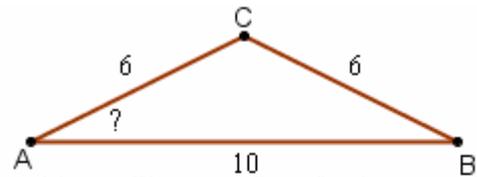
- 5) Un asse lungo 3 metri è appoggiato a una parete, e forma col pavimento un angolo di  $53^\circ$ .  
Determina l'altezza a cui arriva l'asse sulla parete.
- 6) Per misurare l'altezza di uno scoglio una persona vi sale in cima, fissa alla roccia il capo di una fune e lancia l'altro capo a un amico sulla spiaggia. La fune viene tesa e risulta misurare metri 11.8; l'angolo che la fune forma con la spiaggia è di  $65^\circ$ . Quanto è alto dunque lo scoglio?
- 7) Se una scala lunga m 2.4, appoggiata al muro, forma col pavimento un angolo di  $75^\circ$ , quanto dista dalla parete la linea d'appoggio della scala sul pavimento?
- 8) Se una lunga scala, appoggiata alla facciata di una casa, forma col selciato un angolo di  $77^\circ$ , e la sua linea d'appoggio dista dalla parete 60 cm, quanto misura la scala?  
E a che altezza arriva sulla parete?
- 9) Il monumentale antico castagno di Melle, in Val Varaita (provincia di Cuneo), a distanza di 180 metri ha un "angolo di elevazione" è di  $10^\circ$ . Quanto è alto il castagno?



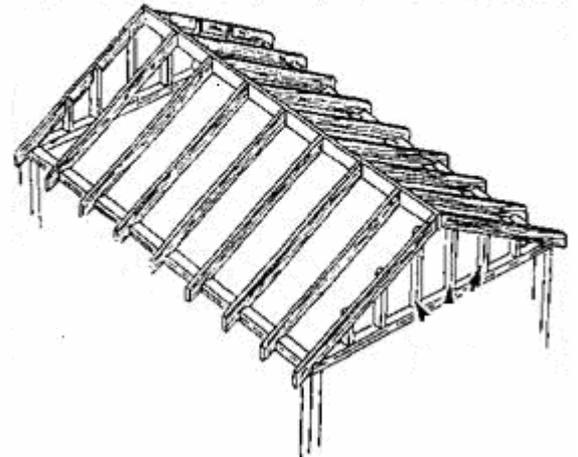
- 10) Da un punto delle bianche scogliere di Dover, alto 100 metri sul mare, si vede una boa con angolo di depressione di  $18^\circ$ . Quanto dista la boa dalle scogliere?
- 11) Dalla cima di una collina sto intravedendo col binocolo un amico, seduto sul cucuzzolo di un'altra collina 250 metri più alta, sotto un angolo di elevazione di  $12^\circ$ . Qual è la distanza in linea d'aria fra me e l'amico?

- 12) Se l'asta di una bandiera, alta metri 8.40, ha un'ombra lunga metri 3.50, che angolo formano i raggi solari col terreno?

- 13) La figura mostra schematicamente la sezione di un tetto. Le travi sono lunghe 6 metri e la larghezza AB della struttura è di m 10. Si domanda qual è l'inclinazione in gradi di ogni trave rispetto all'orizzontalità.

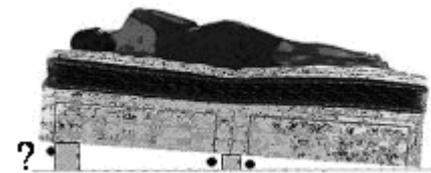


- 14) Una scala a pioli è appoggiata sul muro esterno di una casa; la scala è lunga metri 3.25, e l'altezza che raggiunge sul muro è di metri 3. Che inclinazione ha la scala?  
Qual è la distanza fra la linea d'appoggio della scala sul selciato e la parete?



- 15) Un'asta lunga un metro, appoggiata verticalmente sul terreno piano, vi proietta un'ombra di m 0.6. Nello stesso istante un palo della luce proietta un'ombra di 3.3 m. Quanto è alto il palo della luce?  
Che inclinazione ha, in gradi, la luce solare?

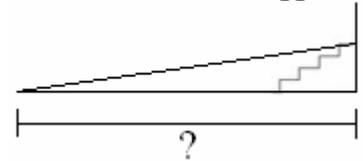
- 16) La IBT, Inclined Bed Therapy, sostiene che dormire su di un letto inclinato di  $5^\circ$  (rialzato dalla parte della testa) porta notevoli benefici alla salute, specie per gli ammalati di determinate patologie. Se l'asse del letto è lungo 2 m, di quanto andrà sollevata la base per applicare la terapia?



- 17) In un piccolo paese due signore anziane, che abitano in appartamento situati uno di fronte all'altro, da parti opposte di una strada larga 4 metri, si fanno consegnare le compere a turno, e si passano poi le buste con la roba attraverso un cestello fatto scorrere lungo una fune che collega le due finestre. Sapendo che la finestra più bassa è a 3.5 metri dal livello della strada, e quella più alta a 4.2 metri, trovare approssimativamente l'angolo di inclinazione della fune rispetto all'orizzontalità.

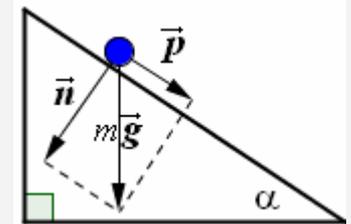
- 18) Il parroco di una chiesa decide di far realizzare una rampa in modo che le carrozzine dei fedeli disabili possano affrontare il dislivello di 1 metro e 20 cm, fra la piazza e la porta della chiesa, fino ad oggi superabile solo attraverso i gradini di una scalinata.

La normativa richiede che la pendenza della rampa non superi gli  $8^\circ$ .  
Un muratore del paese si offre di svolgere il lavoro gratuitamente, ma ... che lunghezza dovrebbe avere, al minimo, la base d'appoggio sul selciato di questa rampa?



- 19) Un aeroplano è diretto dagli Stati Uniti verso una località nell'Italia del Nord. Se sta volando sull'oceano a un'altezza di 9500 metri dal suolo, e vede la linea costiera del Portogallo sotto un angolo di depressione di  $15^\circ$ , quanti km deve ancora viaggiare prima di sorvolare il litorale?
- 20) Mentre scattavo una foto a Parigi, la cima della Tour Eiffel, che è alta 324 metri, mi appariva secondo un angolo di elevazione di  $60^\circ$ . A che distanza ero dalla torre?  
a) Fra i 150 e i 160 metri? b) Fra i 160 e i 170? c) Fra i 170 e i 180? d) Più di 180 metri?
- 21) Dalla terrazza (alta 30 metri) alla sommità di un condominio, si osserva una bicicletta avvicinarsi. Se l'angolo di depressione passa da  $10^\circ$  a  $60^\circ$ , che distanza ha percorso nel frattempo il ciclista?
- 22) Sulla parete di un grattacielo c'è una vetrata davvero molto alta. Un geometra in pensione, incuriosito, si posiziona di fronte all'edificio, a una distanza di 50 metri dalla facciata, e constata che la base della vetrata e la sua sommità vengono viste, da lì, secondo angoli di elevazione di  $23^\circ$  e di  $52^\circ$  rispettivamente. Quanto misura la vetrata?

- 23) Quando un corpo si trova su di un piano inclinato, su di esso agisce, verticalmente, la forza di gravità il cui modulo è dato da  $F = mg$ , dove  $m$  è la massa del corpo,  $g \approx 9.8 \text{ m/s}^2$  è l'accelerazione di gravità. Ora, la forza verticale ha una componente  $\vec{n}$  normale (=perpendicolare) al piano inclinato, e un'altra componente  $\vec{p}$  parallela alla sua superficie.  $\vec{n}$  viene neutralizzata dalla resistenza del piano stesso alla deformazione ("reazione vincolare");

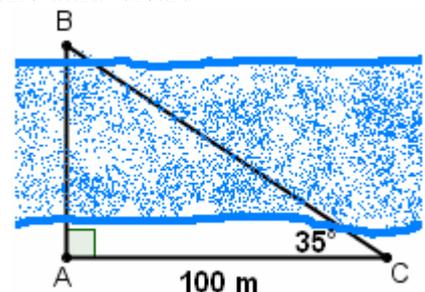


$\vec{p}$  è responsabile del movimento del corpo, che scivolerà, o rotolerà, lungo il piano inclinato, restando invece in equilibrio qualora gli venga applicata una forza uguale e contraria al vettore  $\vec{p}$ . Ma quanto misura il modulo di  $\vec{p}$ ?

- a)  $mg \sin \alpha$    b)  $mg \cos \alpha$    c)  $mg \tan \alpha$    d)  $\frac{mg}{\sin \alpha}$    e)  $mg \sin(90^\circ - \alpha)$

- 24) Supponiamo di voler misurare la larghezza di un fiume, senza poterlo attraversare.

Ci porremo sulla riva, in A, proponendoci di determinare la distanza AB, essendo B un punto sulla riva opposta, tale che la retta AB sia perpendicolare alla direzione del fiume. Spostiamoci lateralmente di una certa distanza AC; sia ad esempio  $AC = 100$  metri. L'angolo in A è di  $90^\circ$ . Ora misuriamo, con gli strumenti del geometra, l'angolo che la congiungente CB forma con AC. Supponiamo, per fissare le idee, che si abbia  $\hat{ACB} = 35^\circ$ . Allora AB misurerà ... dillo tu!

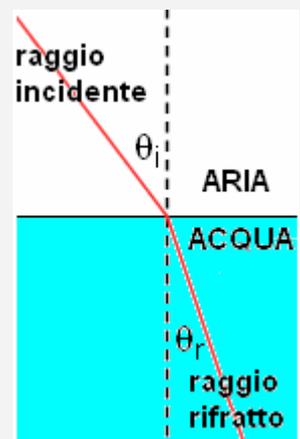


- 25) Osserva la figura qui a destra. Essa si riferisce a ciò che accade quando un raggio di luce penetra nell'acqua provenendo dall'aria. Il raggio di luce viene deviato, avvicinandosi alla normale, cioè alla retta che è perpendicolare alla superficie di separazione aria-acqua. Una legge, chiamata legge di Snell, regola la relazione fra i due angoli  $\theta_i$  e  $\theta_r$ , cosiddetti "di incidenza" e "di rifrazione", ossia degli angoli formati con la normale dal raggio incidente e, rispettivamente, rifratto. Tale legge però non chiama in causa direttamente gli angoli, bensì i loro seni.

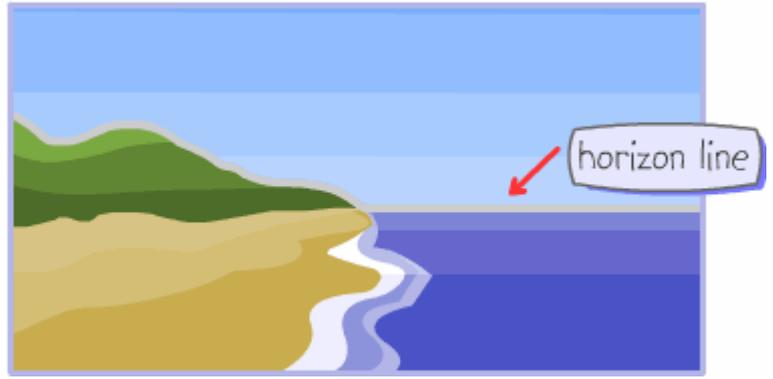
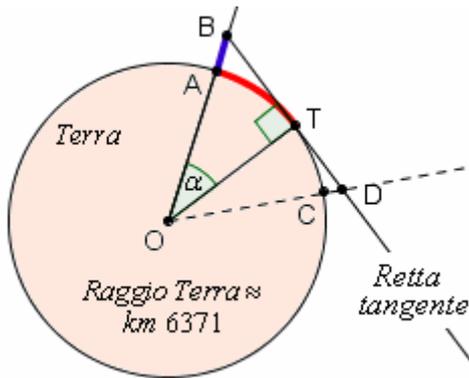
Si ha, precisamente,  $\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \text{costante} = n_{AB}$  dove  $n_{AB}$  è detto

"indice di rifrazione del mezzo B (in cui la luce entra) relativo al mezzo A (da cui la luce proviene)".

Nel caso aria-acqua è  $n_{AB} \approx 1.333$ . Sapresti ora determinare l'angolo di rifrazione aria-acqua supposto che l'angolo di incidenza sia di  $50^\circ$ ?



## ORIZZONTE



[www.schoolsliaison.org.uk](http://www.schoolsliaison.org.uk)

La distanza, dall'osservatore AB, della linea dell'orizzonte, è l'arco  $\widehat{AT}$ .

E' fondamentale tener presente, in queste questioni, che

□ **UNA RETTA TANGENTE A UNA CIRCONFERENZA È SEMPRE PERPENDICOLARE AL RAGGIO CHE VA AL PUNTO DI CONTATTO ( $\widehat{OTB} = 90^\circ$ )**

□ **la Terra ha forma "quasi" sferica, con raggio lungo circa 6371 km.**

Si dice che  $\alpha$  è l' "angolo al centro" che "sottende" l'arco  $\widehat{AT}$ .

La semiretta OD potrebbe interessare in relazione al problema di stabilire quanto dev'essere alto un oggetto sulla superficie terrestre, per poter essere visto da un osservatore posto in T, o posto in B.

26) Una scogliera è alta 100 metri sul mare. Quanto dista, in linea d'aria, per un osservatore seduto sul prato in cima alla scogliera, la linea dell'orizzonte?

Sulla distanza dell'orizzonte:  $\Rightarrow$

27) Un faro su di un'isoletta rocciosa dista dalla costa 45 km.

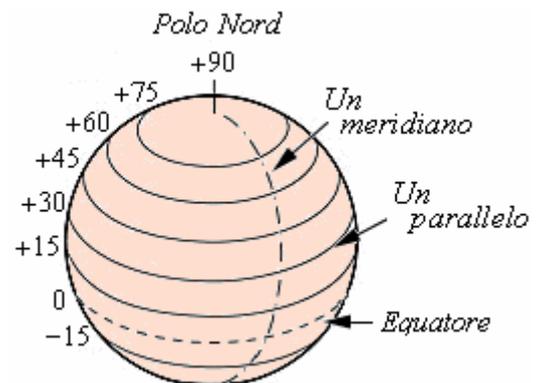
Quanto è alta sul mare, al minimo, la sua lampada, se la può vedere una persona sdraiata sulla spiaggia?

## TERRA E LUNA

28) La Terra non ha forma esattamente sferica; ma supponendola invece una sfera perfetta, e assumendo come lunghezza del raggio 6371 km, qual è il cambio di latitudine in un viaggio di 1000 km verso Sud?

29) Se ci si sposta da Sud verso Nord di un primo (= sessantesimo di grado) di latitudine, supponendo che la Terra sia una sfera perfetta di raggio uguale a 6371 km, che distanza si percorre?

30) La Luna ha un diametro di circa 3476 km, ed è vista dalla Terra, a seconda delle fasi della sua orbita, secondo un angolo che può variare, ma che si mantiene vicino a  $31'$ .  
Se uno studente ha a disposizione questi dati, che valutazione può dare della distanza Terra-Luna?



Latitudini: Nord = positive; Sud = negative

L'equatore ha latitudine 0, il polo Nord  $+90^\circ$ , il polo Sud  $-90^\circ$

31) Due punti A e B sono sullo stesso meridiano terrestre, uno a Nord e l'altro a Sud dell'equatore, alle latitudini  $+1^\circ$  e  $-3^\circ$  rispettivamente. Quanto distano i due punti lungo la superficie terrestre, supposto di approssimare la Terra ad una sfera perfetta di raggio 6371 km?

32) La bella Anja risiede presso il circolo polare artico, alla latitudine Nord di  $66^\circ$  ( $+66^\circ$ ). L'atletico Zwanga è africano: sta sullo stesso meridiano di Anja, ma alla latitudine Sud di  $23^\circ$  ( $-23^\circ$ ). Comunicano tramite Internet!

Una sera, Anja racconta di vedere la luna esattamente all'orizzonte;

Zwanga invece riferisce di osservarla proprio sopra la propria testa.

E' noto che il raggio della Terra è di circa 6371 km.

Si può dare, con questi dati, una valutazione della distanza Terra-Luna?

## PENDENZA DI UNA STRADA

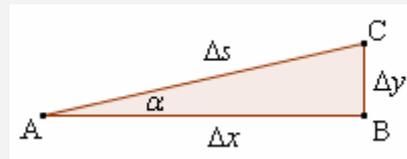
### La “PENDENZA” di un tratto rettilineo di strada

è definita come il quoziente  $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{BC}{AB}$

e quindi, in definitiva,

**equivale alla tangente goniometrica di un angolo:**

$$\boxed{\text{pendenza} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \operatorname{tg} \alpha}$$



Se si moltiplica per 100 il numero  $\text{pendenza} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \operatorname{tg} \alpha$ , si ottiene la cosiddetta “**pendenza percentuale**”.

### QUALCHE ESEMPIO

(qui consideriamo il **caso rettilineo**, ma il succo del discorso si può poi estendere al caso generale, come specifica la NOTA a fianco della tabella):

Angolo	Pendenza	Pendenza %	NOTA
45°	1	100%	<b>E se la strada non è rettilinea?</b>
60°	1.73	173%	Beh, allora ha senso parlare piuttosto di “ <b>pendenza media</b> ”.
80°	5.67	567%	Questa è definita come rapporto tra
30°	0.58	58%	il dislivello $\Delta y$ tra il punto di partenza e quello di arrivo
20°	0.36	36%	e la distanza orizzontale $\Delta x$ .
10°	0.18	18%	Quest’ultima NON è però la distanza effettivamente percorsa,
90°	infinita	infinita	bensì è lunghezza della curva che si otterrebbe
			proiettando il percorso vero e proprio
			su di un piano perfettamente orizzontale.

La definizione è identica a quella che si dà in Geometria Analitica (pendenza, *slope*, di una retta = coefficiente angolare).

Ma dal punto di vista pratico, per una data strada, come si procederà?

Beh,  $\Delta y$  si determina con uno strumento denominato “altimetro”, dopodiché si può scegliere se

- rilevare  $\Delta x$  con l’ausilio di una mappa
- oppure rilevare  $\Delta s$  con un contachilometri poi calcolare  $\Delta x$  col Teorema di Pitagora.

Tuttavia, c’è anche chi, dopo aver utilizzato il contachilometri per trovare  $\Delta s$ ,

non si “scomoda” a fare il pur semplice calcolo, e assume come valore per la pendenza  $\frac{\Delta y}{\Delta s}$  anziché  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ .

In effetti, se, come avviene per la grandissima maggioranza delle strade, la pendenza non supera il 20% (circa 11.3°), l’errore che si commette in questo modo è inferiore al 5%; addirittura, nel caso di pendenze  $\leq 10\%$ , l’errore che si commette prendendo  $\Delta y / \Delta s$  al posto del più corretto  $\Delta y / \Delta x$  non va oltre lo 0.5%.

Diciamo quindi che nel concreto è come se qualcuno applicasse la definizione

$$\text{pendenza} = \Delta y / \Delta s$$

anziché

$$\text{pendenza} = \Delta y / \Delta x,$$

ma per pendenze piccole la differenza fra le due alternative è, ai fini pratici, irrilevante.

33) Determina la pendenza percentuale di un tratto rettilineo di strada che si elevi di un angolo  $\alpha = 14^\circ$

34) Una pendenza è del 7% se calcolata mediante la formula  $\Delta y / \Delta x$ .  
E se invece per il calcolo si utilizzasse la  $\Delta y / \Delta s$ ?

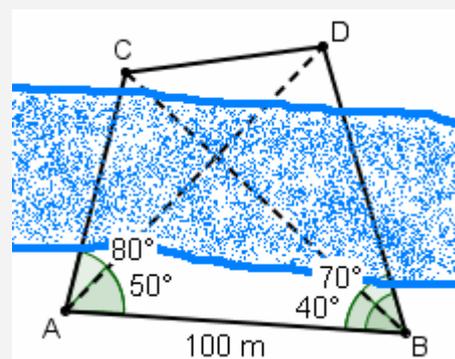
35) Una pendenza è del 100% se calcolata mediante la formula  $\Delta y / \Delta x$ .  
E se invece per il calcolo si utilizzasse la  $\Delta y / \Delta s$ ?



36) Un segnale di discesa pericolosa.  
Se il contachilometri mi dice che ho percorso 800 metri, di quanti metri sono sceso in verticale?

**TRIANGOLI QUALSIASI (TEOREMA DEI SENI, TEOREMA DEL COSENO)**

- 37) Vogliamo misurare la distanza fra due punti C e D che si trovano entrambi al di là di un fiume; fiume che una impetuosa corrente ci impedisce di attraversare. Siano A, B due punti sulla nostra riva, situati ad una certa distanza AB che per fissare le idee supponiamo essere di 100 metri. Ora andiamo a misurare i 4 angoli  $\widehat{CAB}$ ,  $\widehat{DAB}$ ,  $\widehat{DBA}$ ,  $\widehat{CBA}$ . Supponiamo ad esempio che sia  $\widehat{CAB} = 80^\circ$ ,  $\widehat{DAB} = 50^\circ$ ,  $\widehat{DBA} = 70^\circ$ ,  $\widehat{CBA} = 40^\circ$ . Applichiamo ORA, al triangolo ABD, il **TEOREMA DEI SENI**, introdotto a pag. 452:



**in un triangolo, è costante il rapporto fra un lato e il seno dell'angolo opposto**

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

$$\frac{AD}{\sin 70^\circ} = \frac{AB}{\sin \dots} \quad \text{quindi} \quad \frac{AD}{\sin 70^\circ} \approx \frac{100 \text{ m}}{0.87}$$

da cui potremo ricavare la misura di AD. Si troverà  $AD = \dots$   
Sei in grado ora di ricavare, allo stesso modo, la misura di AC?  
Su quale triangolo occorrerà operare? Procedi: troverai  $AC = \dots$   
Andiamo ora a considerare il triangolo CAD.

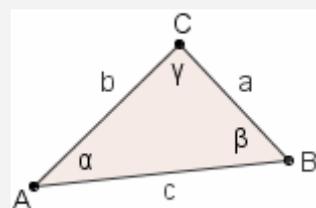
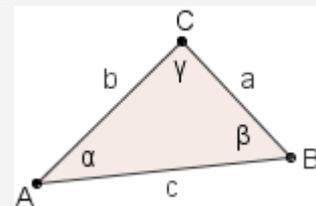
Di esso conosciamo due lati e l'angolo fra essi compreso, quindi potremo determinare il lato rimanente con il **TEOREMA DEL COSENO** (sempre a pag. 452):

in ogni triangolo, è

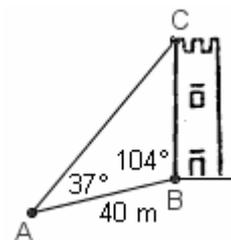
$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha \\ b^2 &= a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta \\ c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma \end{aligned}$$

$$\text{Allora avremo } CD = \sqrt{AC^2 + AD^2 - 2 \cdot AC \cdot AD \cdot \cos(80^\circ - 50^\circ)}.$$

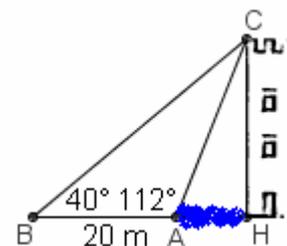
Fai il calcolo poi vai a vedere a pag. 462 se la misura trovata è corretta.



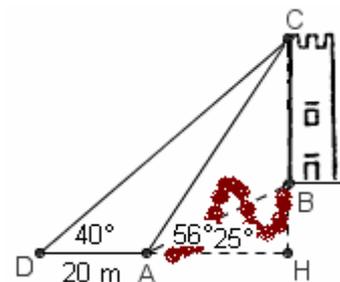
- 38) Supponi di voler misurare l'altezza di una torre, che si trovi sulla cima di un'altura, e che ti separi dalla torre un tratto ad inclinazione costante (vedi figura a fianco). Come fare?  
Determina l'altezza della torre quando i dati sono quelli in figura.



- 39) Questa volta la torre si trova sul piano orizzontale, ma è inaccessibile per via di un fossato. Noi d'altra parte desidereremmo determinare sia la sua altezza, sia la sua distanza HA dall'osservatore posto in A. Mettiti al lavoro, coi dati della figura.



- 40) L'osservatore della torre da misurare si trova su di un piano orizzontale, mentre la torre è sopraelevata e inaccessibile. Determina la sua altezza, coi dati della figura ( $\widehat{BAH} = 25^\circ$ ,  $\widehat{CAH} = 56^\circ$ ,  $\widehat{CDA} = 40^\circ$ )



- 41) Supponiamo che due forze abbiano modulo 8 e 6.5 rispettivamente, e formino un angolo di  $37^\circ 30'$ .

Come determinare il modulo della forza risultante?

Beh, è noto che la risultante di due forze si ottiene applicando (figura) la “regola del parallelogramma”, e allora potremmo considerare ad es. il triangolo ABD, il cui angolo di vertice B misura evidentemente ... , per applicargli il “teorema del Coseno”:

$$AD = \sqrt{AB^2 + BD^2 - 2AB \cdot BD \cdot \cos(180^\circ - 37^\circ 30')}$$

IN ALTERNATIVA

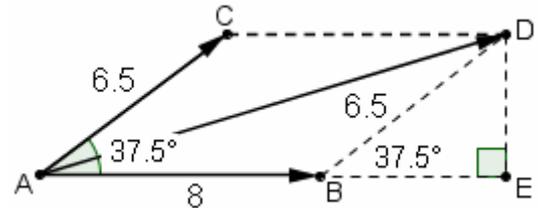
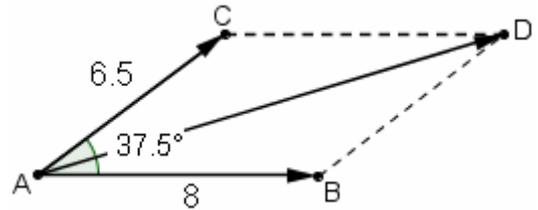
(ma il procedimento è un po' più lungo) si può proiettare il punto D sulla retta AB in E, e pensare che l'angolo  $\widehat{EBD}$  è anch'esso di  $37^\circ 30'$  in quanto ... per cui si avrà

$$ED = BD \cdot \sin 37^\circ 30' = \dots$$

$$BE = BD \cdot \cos 37^\circ 30' = \dots$$

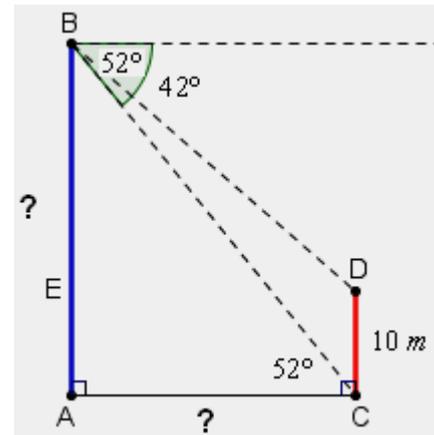
Basterà poi applicare il T. di Pitagora al triangolo AED.

Effettua i calcoli, e constata che si ottiene lo stesso risultato determinato con l'altro metodo.

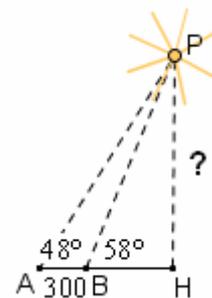


- 42) Dalla sommità di un edificio molto elevato la casa di fronte, che è alta 10 metri, viene vista in modo tale che l'angolo di depressione del suo tetto è di  $42^\circ$  mentre l'angolo di depressione della sua base è di  $52^\circ$ .

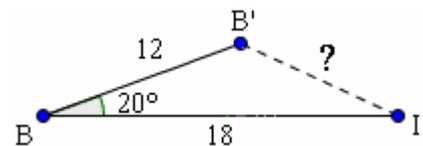
Quanto sono distanti i due fabbricati?  
E quanto è alto il primo?



- 43) Un oggetto non identificato nel cielo è fisso in una posizione P, e due osservatori A e B sul terreno, a distanza  $AB = m\ 300$ , lo vedono guardando dalla stessa parte, sotto le inclinazioni  $\widehat{A} = 48^\circ$  e  $\widehat{B} = 58^\circ$ . Il triangolo PAB sta su di un piano che è perpendicolare al terreno. Quanto dista da terra l'oggetto?



- 44) Un marinaio deve raggiungere una piccolissima isoletta distante 18 miglia; ma si addormenta, e intanto la barca procede per 12 miglia lungo una direzione sfasata di  $20^\circ$  rispetto a quella giusta. Quanto dista ora la barca dall'isola?

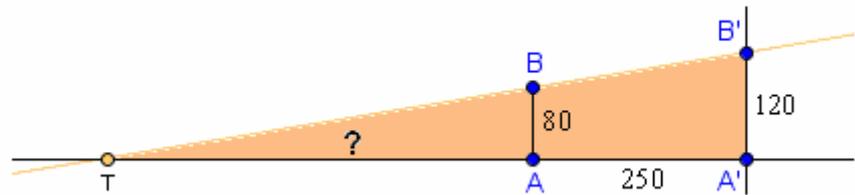


- 45) Un giocatore di golf colpisce con decisione la pallina, posta nel punto P, distante 90 metri dalla posizione B della buca; ma esagera, e il lancio è addirittura di 120 metri ... oltre tutto, la direzione è sbagliata:  $15^\circ$  più a sinistra rispetto alla linea PB. Quanto dista dopo il lancio la pallina dalla buca?



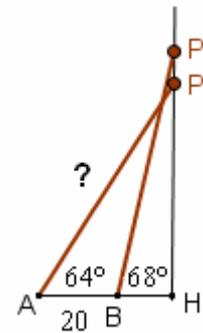
## DUE PROBLEMI CHE RICHIEDONO DI IMPOSTARE UN'EQUAZIONE

- 46) Una torcia elettrica è appoggiata a terra orizzontalmente, ed accesa. Un bambino alto 80 cm proietta sulla parete, che dista da lui 2 metri e  $\frac{1}{2}$ , un'ombra alta 1 m e 20 cm. Qual è la distanza della torcia dai piedi del bambino?



- 47) Una scala viene appoggiata ad un muro esterno, in modo da formare col marciapiede un angolo di  $64^\circ$ . Poi la linea di appoggio sul marciapiede viene avvicinata di 20 cm al muro, e allora l'inclinazione della scala aumenta di  $4^\circ$ . Quanto è lunga la scala?

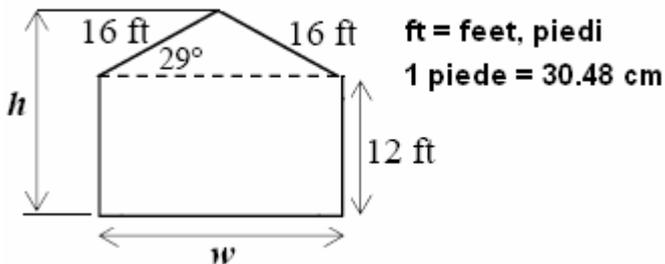
[Indicazione: Posto  $AP = BP' = x$  e  $BH = y$ ,  $x$  potrà essere espressa in due modi diversi, da cui ...]



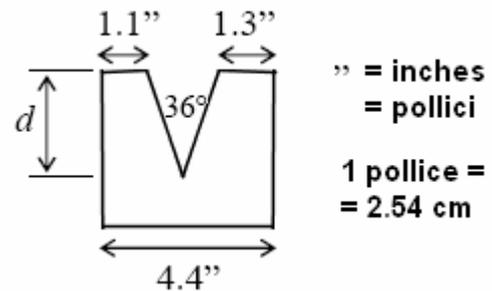
## ESERCIZI DA SITI IN LINGUA INGLESE

Da [www.swtc.edu](http://www.swtc.edu):

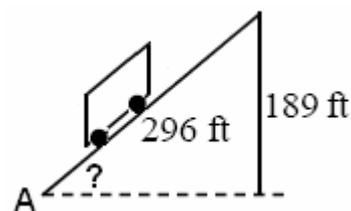
- 48) The diagram shows the end view of a house. Calculate the overall height and width of this house.



- 49) Determine the depth of the machined groove in this steel block.



- 50) The Fenelon Place Elevator in Dubuque, IA → runs on a set of tracks that is 296 ft long and rises 189 ft from its starting place to the top of the hill. What is the angle of the tracks?



Da [www.funtrivia.com](http://www.funtrivia.com): TRIGONOMETRY QUIZ

- 51) In trigonometry, angles are formed by the rotation of a ray about its endpoint from an initial position to a terminal position. The measure of an angle can be negative or positive, depending on the direction of its rotation. Which direction of rotation returns negative angles: counter-clockwise or clockwise?

Answer:  (Answer ccw or cw only)

- 52) The two main trigonometric functions, sine (sin) and cosine (cos) differ by the addition of the prefix "co" to "cosine". From where does the "co" derive?
- a) Coefficient   b) Constant   c) Constraint   d) Complementary

## ERATOSTENE E IL RAGGIO DELLA TERRA

Dal sito web <http://share2.esd105.wednet.edu>

a cura del progetto didattico SHARE (Washington, USA),

prendiamo a prestito, con qualche piccolissimo ritocco e aiuto alla traduzione, la descrizione del modo in cui Eratostene

(Cirene, odierna Libia, 276 a.C. - Alessandria d'Egitto, 194 a.C.)

riuscì a determinare un'approssimazione della misura del raggio terrestre.

Evidentemente Eratostene partiva dall'ipotesi che la forma della Terra fosse sferica,

idea che non costituiva una novità in quanto già Aristotele (384-322 a.C.) l'aveva sostenuta,

per via dell'osservazione che durante le eclissi di luna sulla superficie lunare appare un'ombra circolare, e che alcune stelle risultano visibili dall'Egitto ma non lo sono più se ci si sposta più a Nord.

(...) The Earth is a small point in relation to the heavenly bodies.

From this Eratosthenes reasoned the Sun's rays strike the Earth parallel over its entire surface.

Working in Syene

(Siene, l'odierna Assuan)

and Alexandria,

which Eratosthenes assumed

were on the same meridian,

he estimated the distance

between the cities

to be about 5,000 stades (*stadi*);

a stade is believed to be

about 559 feet -

approximately one-tenth of a mile.

At summer solstice, at noon,

the Sun cast no shadow in Syene,

but in Alexandria a shadow was visible.

Using a gnomon (a vertical stick),

Eratosthenes measured

the shadow's angle to be

about 1/50 of a circle.

In the diagram,  $\alpha = \beta$

(alternate interior angles),

and since angle  $\alpha$  is 1/50 of a circle

so is angle  $\beta$ .

Since angle  $\beta$  is 1/50 of a circle

and  $AS = 5000$  stades,

the entire circumference is

$50 \cdot 5000 = 250000$  stades.

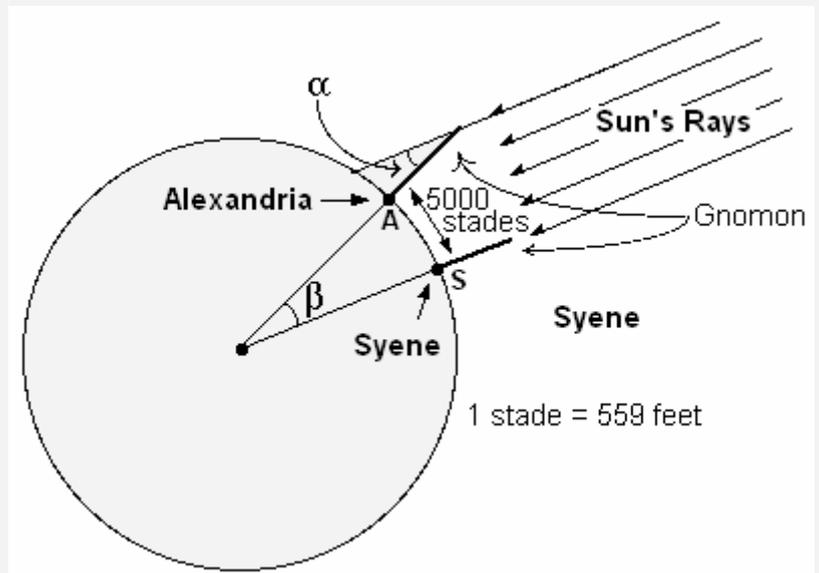
Using this result,

$2\pi r = 250000$

$$r = \frac{250000}{2\pi} \approx 39789 \text{ stades} \approx 6779 \text{ km}$$

[il reale raggio medio della Terra è di circa 6371 km]

Va detto comunque che il discorso sulla precisione delle misure di Eratostene è assai problematico ...



## RISORSE SU INTERNET

Puoi cliccare QUI

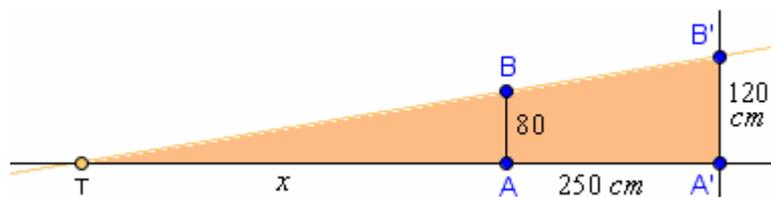


dal sito [www.chihapauradellamatematica.org](http://www.chihapauradellamatematica.org)

per una raccolta di utili e gradevoli link su argomenti di Trigonometria.

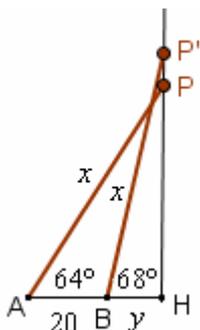
## RISPOSTE

- 5)  $h = 3 \cdot \sin 53^\circ \approx 3 \cdot 0.80 = 2.4$  m    6)  $h = 11.8 \cdot \sin 65^\circ \approx 10.7$  m  $\approx 11$  m  
 7)  $2.4 \cdot \cos 75^\circ \approx m 0.62 \approx \text{cm } 62$     8) Circa 267 cm; circa 260 cm    9)  $180 \cdot \tan 10^\circ \approx 32$  m  
 10) Il calcolo porta a un valore vicino a 308 metri; diciamo, realisticamente, 300 metri circa  
 11) Circa 1200 m  
 12) Intorno a  $67^\circ$  (il calcolo dà circa  $67^\circ 23'$ )    13) Intorno a  $34^\circ$     14)  $\approx 67^\circ$ ;  $\approx m 1.25$   
 15)  $\approx m 5.5$ ;  $\approx 59^\circ$     16) Circa 17.4 cm    17) Intorno a  $10^\circ$     18)  $\approx 8.54$  metri    19) Circa 35 km e  $\frac{1}{2}$   
 20) d)    21) Circa 153 m    22)  $\approx 43$  metri (42.77... prendendo i dati alla lettera; ma non ha molto senso)  
 23) a)    24) circa 70 metri    25) L'angolo di rifrazione è  $\approx 35^\circ$   
 26) Quasi 36 km (il calcolo porta a un numero vicinissimo a 35.7)    27)  $\approx 159$  metri  
 28) Circa  $9^\circ$     29) Circa 1 km e 853 m  
 30) Qui si fanno i calcoli come se il diametro della Luna fosse "un pezzetto di arco",  
 in una circonferenza il cui raggio è la distanza fra l'osservatore e la Luna.  
 Ci sono inoltre varie approssimazioni nei dati.  
 Si ottiene in questo modo, come distanza fra l'osservatore e la Luna, un valore vicino a 385500 km.  
 La reale distanza media tra il centro della Terra e il centro della Luna è stimata in 384400 chilometri.  
 31) Circa 445 km  
 32) Il calcolo porta a circa 365000 km (pensando di partire dal centro della Terra).  
 La differenza rispetto al valore vero (distanza media = 384400 km circa)  
 si deve alle varie approssimazioni (dei dati e delle osservazioni) che evidentemente sono in gioco.  
 33) Vicina al 25%    34) 6.98... % (differenza fra i valori davvero trascurabile! L'angolo è piccolo)  
 35) 70.7... % (qui la differenza fra i valori è notevole: l'angolo è grande)  
 36) Risposta immediata: di circa 80 m.  
 La pendenza è comunque "piccola", e il contesto ci fa capire che quel "10%" è già un'approssimazione:  
 sarebbe dunque un esercizio puramente teorico stare a calcolare che, se il 10% si intende ricavato con  
 la formula  $\Delta y / \Delta x$ , il vero calo di altitudine sarebbe di metri 79.6  
 37)  $AD \approx m 108$ ;  $AC \approx m 74$ ;  $CD \approx m 57$     38)  $\approx m 38$   
 39)  $HC =$  circa 25 m;  $HA =$  circa 10 m    40) BC ha una misura di circa 26-27 metri (il calcolo dà  $\approx 26.5$ )  
 41) Si trova un valore di circa 13.7 per il modulo della risultante  
 42)  $\approx 26$  m;  $\approx 34$  m  
 43) L'oggetto si trova a un'altezza di circa 1089 metri ... diciamo 1100 metri  
 44) Circa 7.9 miglia ... diciamo 8 miglia    45) La distanza è di circa 40 metri  
 46)



$$\begin{aligned} TA &= x \\ x : 80 &= (x + 250) : 120 \\ 80(x + 250) &= 120x \\ 80x + 20000 &= 120x \\ -40x &= -20000; \quad 40x = 20000 \\ x &= 500 \rightarrow TA = 5 \text{ m} \end{aligned}$$

47)



$$x = \frac{20 + y}{\cos 64^\circ}; \quad x = \frac{y}{\cos 68^\circ} \quad \text{da cui}$$

$$\frac{20 + y}{\cos 64^\circ} = \frac{y}{\cos 68^\circ}$$

$$20 \cos 68^\circ + y \cos 68^\circ = y \cos 64^\circ; \quad y \cos 64^\circ - y \cos 68^\circ = 20 \cos 68^\circ$$

$$y (\cos 64^\circ - \cos 68^\circ) = 20 \cos 68^\circ$$

$$y = \frac{20 \cos 68^\circ}{\cos 64^\circ - \cos 68^\circ} \approx \frac{20 \cdot 0.3746}{0.4384 - 0.3746} = \frac{7.492}{0.0638} \approx 117 \text{ cm}$$

$$x = \frac{y}{\cos 68^\circ} \approx \frac{117}{0.3746} \approx 312 \text{ cm}$$

- 48)  $h \approx 20$  ft,  $w \approx 28$  ft    49)  $\approx 3.1$  inches    50)  $\approx 40^\circ$     51) cw    52) d