4) IMPORTANTI CONSIDERAZIONI SULLA SIMBOLOGIA

Il simbolo $\boxed{f\,'(x)}$:

- **Se si pensa *x* FISSATO**, indica il **valore della derivata** in *quella particolare ascissa x*;
- **Se si pensa *x* VARIABILE**, indica una quantità il cui valore *dipende da x*:
  è la cosiddetta "**funzione derivata**" della *f*, che esprime, per ogni valore di *x*,
  il coefficiente angolare della retta tangente al grafico della f nel punto di coordinate $(x,\ f(x))$.

  Esempio:

  $$f(x)=(x-3)^2 \rightarrow \boxed{f\,'(x)=2x-6} \left\langle \begin{array}{l} \textit{valore della derivata nel punto } x \textit{ (se si pensa } x \textit{ fissato)} \\ \textit{funzione derivata della } f(x) \textit{ (se si pensa } x \textit{ variabile)} \end{array} \right.$$

Altri simboli che possono essere adoperati al posto di $\boldsymbol{f\,'(x)}$ sono i seguenti:

$$\boxed{\begin{array}{l} y' \ \ o \ \ y'(x) \\ Df(x) \ \ o \ \ Df \ \ o \ \ Dy \\ \dfrac{dy}{dx} \end{array}}$$

Quest'ultima scrittura $\boxed{\dfrac{dy}{dx}}$ **(NOTAZIONE DI LEIBNIZ) è particolarmente suggestiva**,
perché richiama la genesi della derivata a partire dal rapporto incrementale:

$$\boxed{\begin{array}{c}\textit{rapporto}\\ \textit{incrementale}\end{array} = \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x} = \frac{\Delta y}{\Delta x}}$$

(in matematica, il simbolo Δ viene sovente usato per indicare
"differenza finita", "incremento (algebrico) finito")

$$\boxed{derivata = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{dy}{dx}}$$

(il simbolo d sostituisce il simbolo Δ
quando si pensa a differenze o ad incrementi
"molto piccoli", tendenti a zero", "infinitesimi", "evanescenti")

Ad esempio, posto

$$y = f(x) = sen\,x\,,$$

potremo utilizzare, per indicarne la derivata (che, come sappiamo, è la funzione $cos\,x$) ,
una qualsiasi delle scritture seguenti:

$$\begin{array}{llll} f\,'(x) = cos\,x & f\,' = cos\,x & & \\ y\,'(x) = cos\,x & y' = cos\,x & & \\ Dy = \ cos\,x, & Df\, = cos\,x, & Df(x) = cos\,x, & D(sen\,x) = cos\,x \\ \dfrac{dy}{dx} = cos\,x, & \dfrac{df}{dx} = cos\,x, & \dfrac{d}{dx}(sen\,x) = cos\,x & \end{array}$$

Esistono anche **diversi possibili modi per indicare il valore della derivata in un punto specifico.**
Illustriamo i principali attraverso un esempio.

La derivata della funzione $y = g(x) = x^3 - x^2$ è $y' = 3x^2 - 2x$ (come abbiamo già visto).
Se ora vogliamo indicare , mettiamo il caso,
che tale derivata nel punto $x=-1$ assume il valore 5,
potremo scrivere:

$$\boxed{y\,'(-1)=5; \qquad g\,'(-1)=5; \qquad \left[Dg(x)\right]_{x=-1}=5; \qquad \left[\frac{dg}{dx}\right]_{x=-1}=5}$$