

## SCHEMI RIASSUNTIVI

### Tipologie principali

#### 1° TIPO

La disequazione  $\sqrt{A(x)} < B(x)$  è equivalente al sistema

$$\begin{cases} A(x) \geq 0 & \text{condizione "di realtà del radicale"} \\ B(x) > 0 & \text{condizione "di positività del 2° membro"} \\ A(x) < [B(x)]^2 \end{cases}$$

#### 2° TIPO

La disequazione  $\sqrt{A(x)} > B(x)$  è equivalente alla coppia di sistemi, separati da un VEL logico:

$$\begin{cases} A(x) \geq 0 \\ B(x) < 0 \end{cases} \vee \begin{cases} A(x) \geq 0 \\ B(x) \geq 0 \\ A(x) > [B(x)]^2 \end{cases}$$

ossia ne sono soluzioni quei valori di  $x$  che rendono, in alternativa:

- reale il radicale e negativo il secondo membro;
- oppure reale il radicale, positivo o nullo il secondo membro e verificata la condizione ottenibile elevando al quadrato.

Si risolveranno i due sistemi, poi si accetteranno tanto le soluzioni dell'uno quanto quelle dell'altro: si farà cioè l'unione insiemistica fra gli insiemi delle soluzioni dei due sistemi.

*Nel 2° sistema si potrebbe anche eliminare la prima fra le tre condizioni, perché implicita nella terza. Tenendola, però, non si sbaglia.*

La disequazione  $\sqrt{A(x)} < \sqrt{B(x)}$  è equivalente al sistema

$$\begin{cases} A(x) \geq 0 \\ B(x) \geq 0 \\ A(x) < B(x) \end{cases}$$

*Nel sistema si potrebbe anche eliminare la condizione  $B(x) \geq 0$ , perché implicita nelle altre due. Tenendola, però, non si sbaglia.*

### Varianti, casi particolari e altre tipologie

Abbiamo organizzato la rassegna in due colonne:

sulla *colonna sinistra*,

la disequazione;

sulla *colonna destra*,

il sistema equivalente, o la disequazione equivalente, o la condizione equivalente, o comunque la conclusione.

*Un ottimo esercizio da parte tua sarebbe di coprire la seconda colonna per vedere se riesci a ricostruirla.*

$\sqrt{A(x)} \leq B(x)$		$\begin{cases} A(x) \geq 0 \\ B(x) \geq 0 \\ A(x) \leq [B(x)]^2 \end{cases}$
$\sqrt{A(x)} \geq B(x)$	$\begin{cases} A(x) \geq 0 \\ B(x) < 0 \end{cases} \vee \begin{cases} A(x) \geq 0 \\ B(x) \geq 0 \\ A(x) \geq [B(x)]^2 \end{cases}$	<i>Nel 2° sistema si potrebbe anche eliminare la prima fra le tre condizioni, perché implicita nella terza. Tenendola, però, non si sbaglia.</i>
$\sqrt{A(x)} > \sqrt{B(x)}$	$\begin{cases} A(x) \geq 0 \\ B(x) \geq 0 \\ A(x) > B(x) \end{cases}$	<i>Nel sistema si potrebbe anche eliminare la condizione <math>A(x) \geq 0</math>, perché implicita nelle altre due. Tenendola, però, non si sbaglia.</i>

$\sqrt{A(x)} \geq \sqrt{B(x)}$	$\begin{cases} A(x) \geq 0 \text{ (eliminabile)} \\ B(x) \geq 0 \\ A(x) \geq B(x) \end{cases}$
$\sqrt{A(x)} \leq \sqrt{B(x)}$	$\begin{cases} A(x) \geq 0 \\ B(x) \geq 0 \text{ (eliminabile)} \\ A(x) \leq B(x) \end{cases}$
$\sqrt{A(x)} < p \text{ (} p \in \mathbb{R}, p > 0 \text{)}$	E' equivalente al sistema $\begin{cases} A(x) \geq 0 \\ A(x) < p^2 \end{cases}$
$\sqrt{A(x)} < -p \text{ (} p \in \mathbb{R}, p > 0 \text{)}$	E' impossibile
$\sqrt{A(x)} < 0$	E' impossibile
$\sqrt{A(x)} \leq p \text{ (} p \in \mathbb{R}, p > 0 \text{)}$	E' equivalente al sistema $\begin{cases} A(x) \geq 0 \\ A(x) \leq p^2 \end{cases}$
$\sqrt{A(x)} \leq -p \text{ (} p \in \mathbb{R}, p > 0 \text{)}$	E' impossibile
$\sqrt{A(x)} \leq 0$	E' equivalente all'equazione $A(x) = 0$
$\sqrt{A(x)} > p \text{ (} p \in \mathbb{R}, p > 0 \text{)}$	E' equivalente alla disequazione $A(x) > p^2$
$\sqrt{A(x)} > -p \text{ (} p \in \mathbb{R}, p > 0 \text{)}$	E' equivalente alla disequazione $A(x) \geq 0$
$\sqrt{A(x)} > 0$	E' equivalente alla disequazione $A(x) > 0$
$\sqrt{A(x)} \geq p \text{ (} p \in \mathbb{R}, p > 0 \text{)}$	E' equivalente alla disequazione $A(x) \geq p^2$
$\sqrt{A(x)} \geq -p \text{ (} p \in \mathbb{R}, p > 0 \text{)}$	E' equivalente alla disequazione $A(x) \geq 0$
$\sqrt{A(x)} \geq 0$	E' equivalente alla disequazione $A(x) \geq 0$
$\sqrt{A(x)} - \sqrt{B(x)} + \sqrt{C(x)} \leq 0$	Si porta sotto la forma $\sqrt{A(x)} + \sqrt{C(x)} \leq \sqrt{B(x)}$ che garantisce la positività dei due membri, si pongono le condizioni di realtà, si eleva al quadrato e si prosegue
$\sqrt[3]{A(x)} \leq \sqrt[3]{B(x)}$	No problem: si eleva al cubo, quindi ad esponente dispari, ottenendo $A(x) \leq B(x)$ senza dover porre nessuna condizione.
$\sqrt[3]{A(x)} \leq B(x)$	No problem: si eleva al cubo, quindi ad esponente dispari, ottenendo $A(x) \leq [B(x)]^3$ senza dover porre nessuna condizione.
$\sqrt[4]{A(x)} < B(x)$	Ci si comporta come se la radice fosse quadrata (1° tipo). Naturalmente, occorre elevare alla quarta anziché al quadrato.
$\sqrt[4]{A(x)} > B(x)$	Ci si comporta come se la radice fosse quadrata (2° tipo). Naturalmente, occorre elevare alla quarta anziché al quadrato.