

SCHEMI RIASSUNTIVI

Tipologie principali

1° TIPO

La disequazione $\sqrt{A(x)} < B(x)$ è equivalente al sistema

$$\begin{cases} A(x) \geq 0 & \text{condizione "di realtà del radicale"} \\ B(x) > 0 & \text{condizione "di positività del 2° membro"} \\ A(x) < [B(x)]^2 \end{cases}$$

2° TIPO

La disequazione $\sqrt{A(x)} > B(x)$ è equivalente alla coppia di sistemi, separati da un VEL logico:

$$\begin{cases} A(x) \geq 0 \\ B(x) < 0 \end{cases} \vee \begin{cases} A(x) \geq 0 \\ B(x) \geq 0 \\ A(x) > [B(x)]^2 \end{cases}$$

ossia ne sono soluzioni quei valori di x che rendono, in alternativa:

- reale il radicale e negativo il secondo membro;
- oppure reale il radicale, positivo o nullo il secondo membro e verificata la condizione ottenibile elevando al quadrato.

Si risolveranno i due sistemi, poi si accetteranno tanto le soluzioni dell'uno quanto quelle dell'altro: si farà cioè l'unione insiemistica fra gli insiemi delle soluzioni dei due sistemi.

Nel 2° sistema si potrebbe anche eliminare la prima fra le tre condizioni, perché implicita nella terza. Tenendola, però, non si sbaglia.

La disequazione $\sqrt{A(x)} < \sqrt{B(x)}$ è equivalente al sistema

$$\begin{cases} A(x) \geq 0 \\ B(x) \geq 0 \\ A(x) < B(x) \end{cases}$$

Nel sistema si potrebbe anche eliminare la condizione $B(x) \geq 0$, perché implicita nelle altre due. Tenendola, però, non si sbaglia.

Varianti, casi particolari e altre tipologie

Abbiamo organizzato la rassegna in due colonne:

sulla *colonna sinistra*,

la disequazione;

sulla *colonna destra*,

il sistema equivalente, o la disequazione equivalente, o la condizione equivalente, o comunque la conclusione.

Un ottimo esercizio da parte tua sarebbe di coprire la seconda colonna per vedere se riesci a ricostruirla.

| | | |
|-----------------------------|---|---|
| $\sqrt{A(x)} \leq B(x)$ | | $\begin{cases} A(x) \geq 0 \\ B(x) \geq 0 \\ A(x) \leq [B(x)]^2 \end{cases}$ |
| $\sqrt{A(x)} \geq B(x)$ | $\begin{cases} A(x) \geq 0 \\ B(x) < 0 \end{cases} \vee \begin{cases} A(x) \geq 0 \\ B(x) \geq 0 \\ A(x) \geq [B(x)]^2 \end{cases}$ | <i>Nel 2° sistema si potrebbe anche eliminare la prima fra le tre condizioni, perché implicita nella terza. Tenendola, però, non si sbaglia.</i> |
| $\sqrt{A(x)} > \sqrt{B(x)}$ | $\begin{cases} A(x) \geq 0 \\ B(x) \geq 0 \\ A(x) > B(x) \end{cases}$ | <i>Nel sistema si potrebbe anche eliminare la condizione $A(x) \geq 0$, perché implicita nelle altre due. Tenendola, però, non si sbaglia.</i> |

| | |
|--|--|
| $\sqrt{A(x)} \geq \sqrt{B(x)}$ | $\begin{cases} A(x) \geq 0 \text{ (eliminabile)} \\ B(x) \geq 0 \\ A(x) \geq B(x) \end{cases}$ |
| $\sqrt{A(x)} \leq \sqrt{B(x)}$ | $\begin{cases} A(x) \geq 0 \\ B(x) \geq 0 \text{ (eliminabile)} \\ A(x) \leq B(x) \end{cases}$ |
| $\sqrt{A(x)} < p \text{ (} p \in \mathbb{R}, p > 0 \text{)}$ | E' equivalente al sistema $\begin{cases} A(x) \geq 0 \\ A(x) < p^2 \end{cases}$ |
| $\sqrt{A(x)} < -p \text{ (} p \in \mathbb{R}, p > 0 \text{)}$ | E' impossibile |
| $\sqrt{A(x)} < 0$ | E' impossibile |
| $\sqrt{A(x)} \leq p \text{ (} p \in \mathbb{R}, p > 0 \text{)}$ | E' equivalente al sistema $\begin{cases} A(x) \geq 0 \\ A(x) \leq p^2 \end{cases}$ |
| $\sqrt{A(x)} \leq -p \text{ (} p \in \mathbb{R}, p > 0 \text{)}$ | E' impossibile |
| $\sqrt{A(x)} \leq 0$ | E' equivalente all'equazione $A(x) = 0$ |
| $\sqrt{A(x)} > p \text{ (} p \in \mathbb{R}, p > 0 \text{)}$ | E' equivalente alla disequazione $A(x) > p^2$ |
| $\sqrt{A(x)} > -p \text{ (} p \in \mathbb{R}, p > 0 \text{)}$ | E' equivalente alla disequazione $A(x) \geq 0$ |
| $\sqrt{A(x)} > 0$ | E' equivalente alla disequazione $A(x) > 0$ |
| $\sqrt{A(x)} \geq p \text{ (} p \in \mathbb{R}, p > 0 \text{)}$ | E' equivalente alla disequazione $A(x) \geq p^2$ |
| $\sqrt{A(x)} \geq -p \text{ (} p \in \mathbb{R}, p > 0 \text{)}$ | E' equivalente alla disequazione $A(x) \geq 0$ |
| $\sqrt{A(x)} \geq 0$ | E' equivalente alla disequazione $A(x) \geq 0$ |
| $\sqrt{A(x)} - \sqrt{B(x)} + \sqrt{C(x)} \leq 0$ | Si porta sotto la forma $\sqrt{A(x)} + \sqrt{C(x)} \leq \sqrt{B(x)}$ che garantisce la positività dei due membri, si pongono le condizioni di realtà, si eleva al quadrato e si prosegue |
| $\sqrt[3]{A(x)} \leq \sqrt[3]{B(x)}$ | No problem: si eleva al cubo, quindi ad esponente dispari, ottenendo $A(x) \leq B(x)$ senza dover porre nessuna condizione. |
| $\sqrt[3]{A(x)} \leq B(x)$ | No problem: si eleva al cubo, quindi ad esponente dispari, ottenendo $A(x) \leq [B(x)]^3$ senza dover porre nessuna condizione. |
| $\sqrt[4]{A(x)} < B(x)$ | Ci si comporta come se la radice fosse quadrata (1° tipo). Naturalmente, occorre elevare alla quarta anziché al quadrato. |
| $\sqrt[4]{A(x)} > B(x)$ | Ci si comporta come se la radice fosse quadrata (2° tipo). Naturalmente, occorre elevare alla quarta anziché al quadrato. |