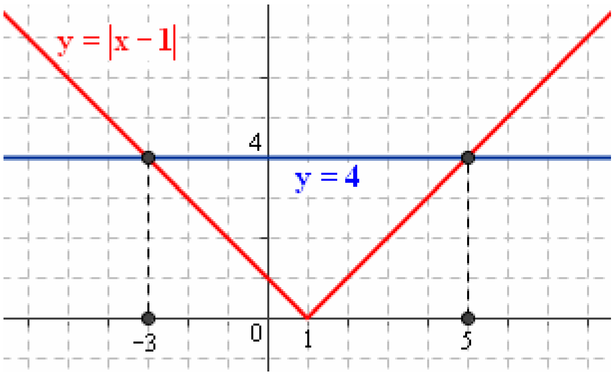
EQUAZIONI COL VALORE ASSOLUTO: CORREZIONI

1)

$|x-1|=4$

$$x-1=\pm 4 \begin{cases} x-1=-4; & \boxed{x=-3} \\ x-1=4; & \boxed{x=5} \end{cases}$$

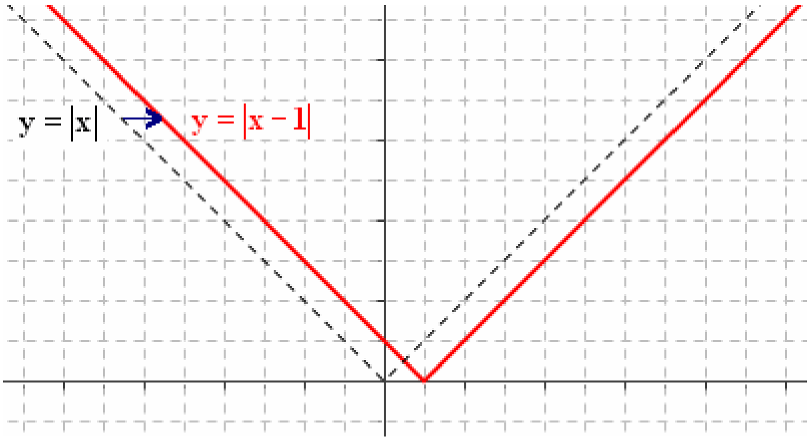
*Risoluzione grafica:*



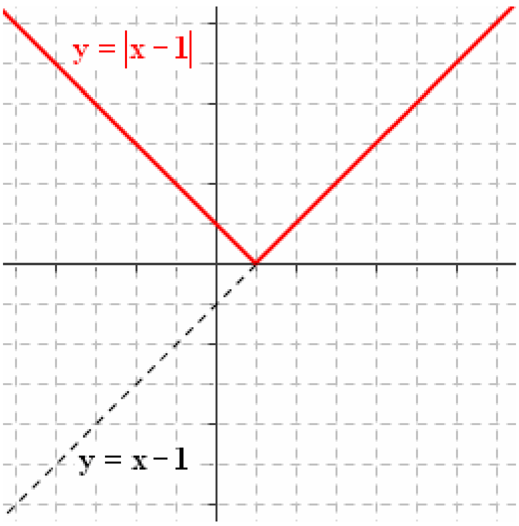

**Il grafico della funzione $y=|x-1|$ si può tracciare**

**a)** **normalmente, "per punti"**, assegnando dei valori a x e poi calcolando i corrispondenti valori di *y*;

**b)** o **pensando di ricavarlo dal grafico ben noto della funzione $y=|x|$**
per sostituzione di $x$ con $x-1$
quindi **traslando il grafico ORIZZONTALMENTE di 1 unità verso DESTRA**
(effetto "*bastian contrario*"; da $x$ a $x-1$, spostamento a *destra*):




**c)** oppure ancora, **pensando di ricavarlo dal grafico della funzione $y=x-1$**
**tramite la manipolazione "passaggio al valore assoluto"**, che comporta di cancellare
la parte con ordinate negative per sostituirla con la sua simmetrica rispetto all'asse delle ascisse:




*Nella figura, la funzione*
$y=x-1$
*è la retta inclinata di 45° in salita.*
*La parte della retta*
*con ordinate negative,*
*quella tratteggiata in figura,*
*è stata sostituita dalla sua simmetrica*
*rispetto all'asse delle ascisse.*
*Ed ecco, in tratto continuo,*
*il grafico della funzione*
$y=|x-1|$.

2)

$|3-2x|=1$

$$3-2x=\pm 1 \left\langle \begin{array}{l} 3-2x=-1;\ \ -2x=-4;\quad \boxed{x=2} \\ 3-2x=1;\ \ -2x=-2;\quad \boxed{x=1} \end{array} \right.$$

*OSSERVAZIONE*

Se ti sta "antipatica" l'espressione $3-2x$,
qui puoi benissimo cambiarla in $2x-3$:
infatti è $|3-2x|=|2x-3|$, *perché due numeri opposti hanno ugual valore assoluto.*
Controlliamo pure: si ottengono, naturalmente, le stesse soluzioni!

$|2x-3|=1$

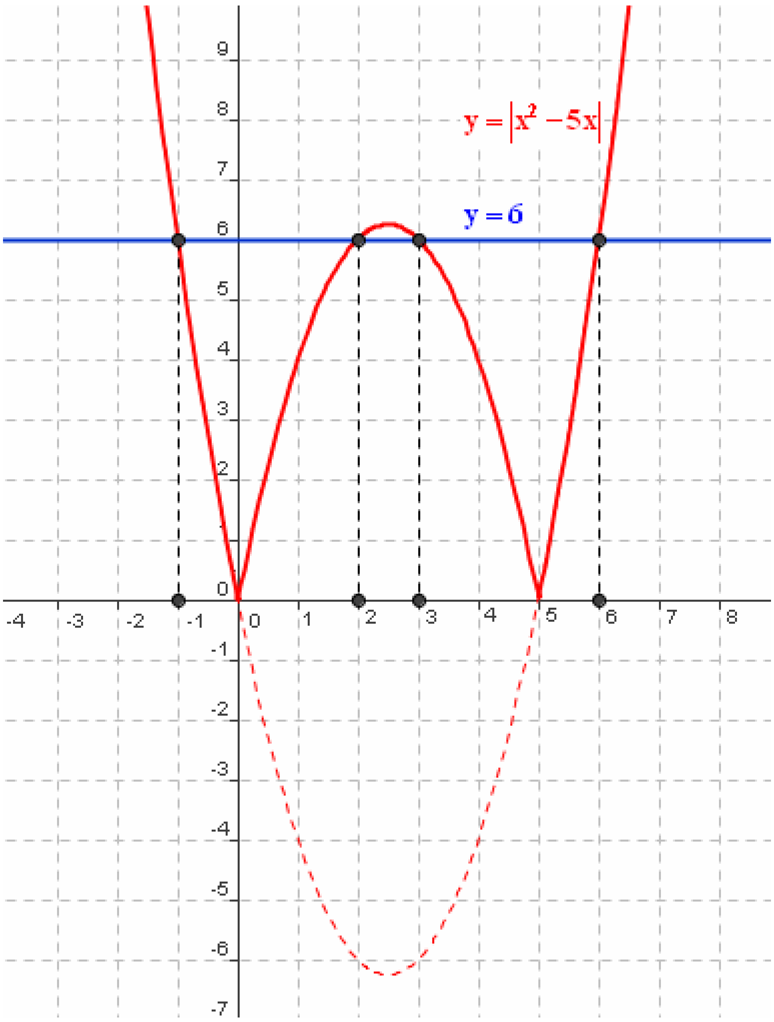
$$2x-3=\pm 1 \left\langle \begin{array}{l} 2x-3=-1;\ \ 2x=2;\quad \boxed{x=1} \\ 2x-3=1;\ \ 2x=4;\quad \boxed{x=2} \end{array} \right.$$

3)

$|x^2-5x|=6$

$$x^2-5x=\pm 6 \left\langle \begin{array}{l} x^2-5x=-6;\ \ x^2-5x+6=0;\ \ (x-2)(x-3)=0\quad \boxed{x=2} \vee \boxed{x=3} \\ x^2-5x=6;\ \ x^2-5x-6=0;\ \ (x+1)(x-6)=0\quad \boxed{x=-1} \vee \boxed{x=6} \end{array} \right.$$

*Risoluzione grafica:*




*Il grafico della funzione*

$y=|x^2-5x|$

*è stato ricavato a partire dal grafico della parabola*

$y=x^2-5x$

*cancellando la parte con ordinate negative (quella che nella figura appare tratteggiata) per sostituirla con la sua simmetrica rispetto all'asse delle ascisse.*

4)

$|x^2-4|=5$

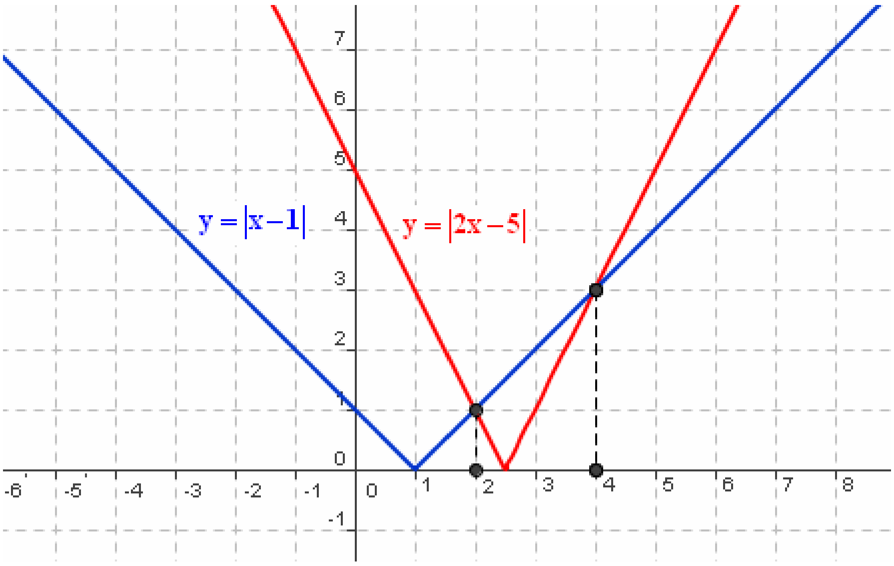
$$x^2-4=\pm 5\left\langle\begin{array}{l} x^2-4=-5;\ \ x^2=-1\ \textit{impossibile} \\ x^2-4=5;\ \ x^2=9;\ \ \boxed{x=\pm 3} \end{array}\right.$$

10)

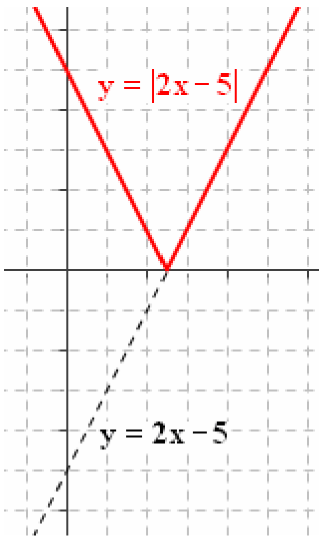
$|2x-5|=|x-1|$

$$2x-5=\pm(x-1)\left\langle\begin{array}{l} 2x-5=x-1;\ \ \boxed{x=4} \\ 2x-5=-x+1;\ \ 3x=6;\ \ \boxed{x=2} \end{array}\right.$$

*Risoluzione grafica:*




*Il grafico della funzione* $y=|2x-5|$ *si può tracciare*
*disegnando il grafico della retta* $y=2x-5$,
*poi sottoponendolo alla manipolazione "passaggio al valore assoluto"*
*ossia cancellandone la parte con ordinate negative*
*per sostituirla con la sua simmetrica rispetto all'asse delle ascisse:*



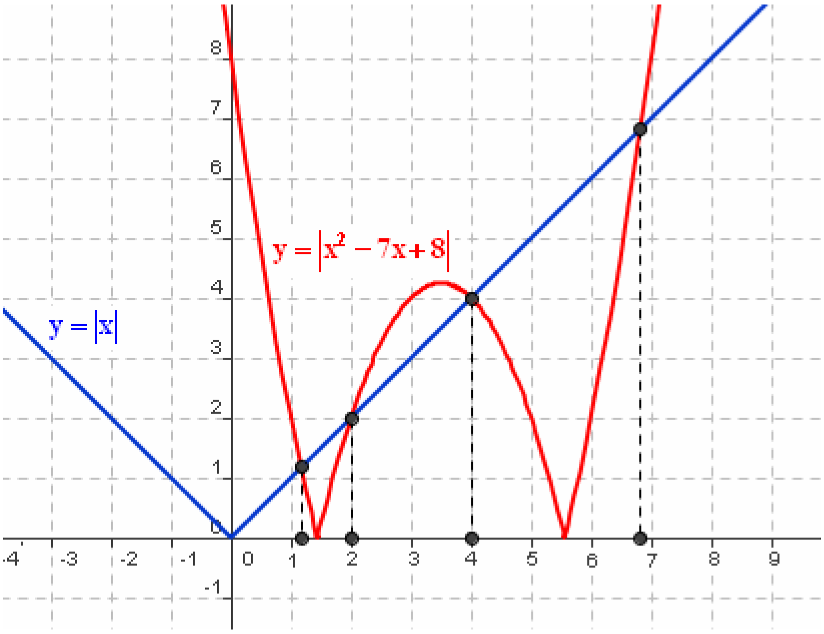
11)

$\left|x^2-7x+8\right|=|x|$

$$x^2-7x+8=\pm x\left\langle\begin{array}{l} x^2-7x+8=x;\ \ x^2-8x+8=0;\ \ x_{1,2}=4\pm\sqrt{16-8}=4\pm\sqrt{8}=\boxed{4\pm2\sqrt{2}} \\ x^2-7x+8=-x;\ \ x^2-6x+8=0;\ \ (x-2)(x-4)=0;\ \ \boxed{x=2}\vee\boxed{x=4} \end{array}\right.$$

NOTA: $\sqrt{2}$ vale circa 1.4, quindi $4-2\sqrt{2}\simeq 4-2.8=1.2$ e $4+2\sqrt{2}\simeq 4+2.8=6.8$

*Risoluzione grafica:*




12)

$\left|x^2-3x\right|-|x-3|=0$

$\left|x^2-3x\right|=|x-3|$

$$x^2-3x=\pm(x-3)\left\langle\begin{array}{l} x^2-3x=x-3;\ \ x^2-4x+3=0;\ \ (x-1)(x-3)=0;\ \ \boxed{x=1}\vee\boxed{x=3} \\ x^2-3x=-x+3;\ \ x^2-2x-3=0;\ \ (x+1)(x-3)=0;\ \ \boxed{x=-1}\vee\boxed{x=3} \end{array}\right.$$

*Le soluzioni di questa equazione sono dunque*: $x_1=-1,\ \ x_2=1,\ \ x_3=3.$

14)

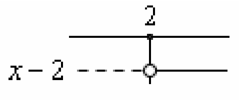
$|x-2| = 2x-7$

$2x-7 \geq 0; \quad x \geq 7/2$

$$x-2 = \pm(2x-7)\left\langle \begin{array}{l} x-2 = 2x-7; \quad -x=-5; \quad \boxed{x=5} \\ x-2=-2x+7; \quad 3x=9; \quad \cancel{x=3} \ \textit{non acc.} \ (\textit{non è} \geq 7/2) \end{array} \right.$$

OPPURE:

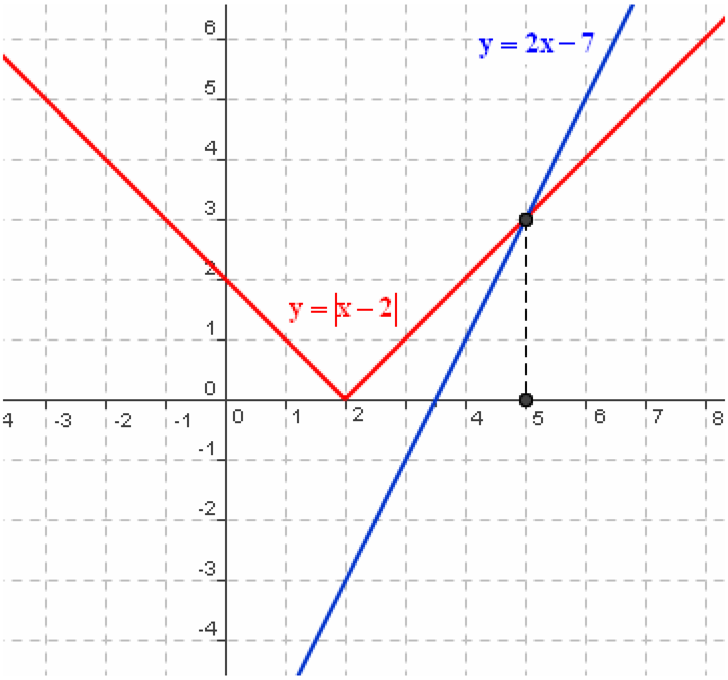
$x-2>0 \quad x>2$




$x \leq 2: \quad -x+2 = 2x-7; \ -3x=-9; \ \cancel{x=3}$ *non acc.* (*non è* $\leq 2$)

$x \geq 2: \quad x-2 = 2x-7; \ -x=-5; \ \boxed{x=5}$

*Risoluzione grafica:*



16)

$|3x-8| = x-4$

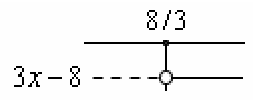
$x-4 \geq 0 \quad x \geq 4$

$$3x-8 = \pm(x-4) \left\langle \begin{array}{l} 3x-8 = x-4; \quad 2x = 4; \quad \cancel{x=2} \text{ non acc. (non è} \geq 4) \\ 3x-8 = -x+4; \quad 4x = 12; \quad \cancel{x=3} \text{ non acc. (non è} \geq 4) \end{array} \right.$$

*Questa equazione è perciò IMPOSSIBILE.*

ANCHE:

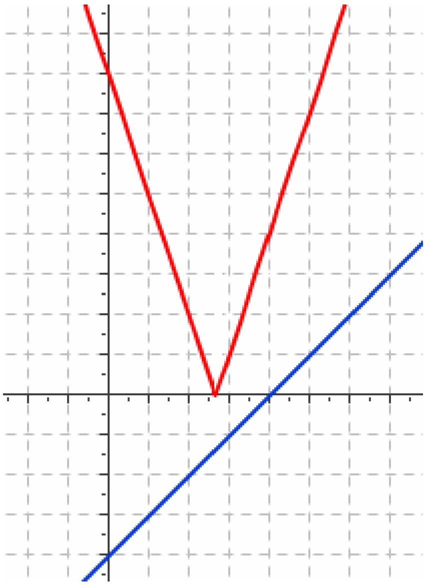
$3x-8 > 0 \quad x > 8/3$




$x \leq \frac{8}{3} \quad -3x+8 = x-4; \quad -4x = -12; \quad \cancel{x=3}$ *non acc.* $\left(\text{non è} \leq \frac{8}{3}\right)$

$x \geq \frac{8}{3} \quad 3x-8 = x-4; \quad 2x = 4; \quad \cancel{x=2}$ *non acc.* $\left(\text{non è} \geq \frac{8}{3}\right)$

*Risoluzione grafica:*



*In effetti,*
*i due grafici*
*non hanno*
*intersezione.*

17)

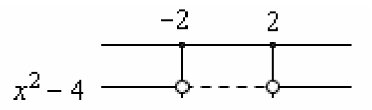
$\left|x^2-4\right| = 3x$

$3x \ge 0 \quad x \ge 0$

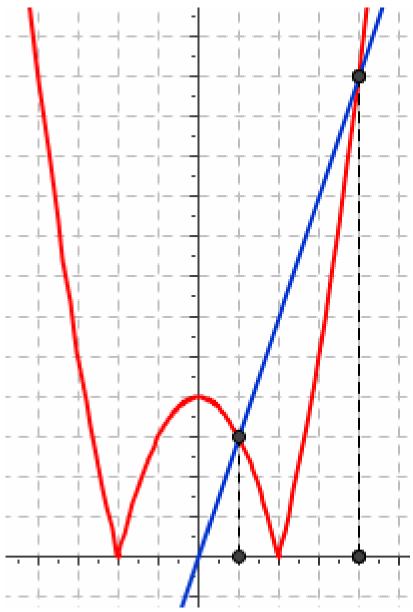
$$x^2-4=\pm 3x \left\langle \begin{array}{l} x^2-4=3x; \quad x^2-3x-4=0 \quad (x+1)(x-4)=0 \quad \underset{\substack{non\ acc.\\ non\ è \ge 0}}{\cancel{x=-1}} \vee \boxed{x=4} \\ x^2-4=-3x \quad x^2+3x-4=0 \quad (x+4)(x-1)=0 \quad \underset{\substack{non\ acc.\\ non\ è \ge 0}}{\cancel{x=-4}} \vee \boxed{x=1} \end{array} \right.$$

OPPURE:

$x^2-4>0 \quad x<-2 \vee x>2$




*Risoluzione grafica:*



$x \le -2 \vee x \ge 2: \; x^2-4=3x \quad x^2-3x-4=0$

$$(x+1)(x-4)=0 \qquad \underset{\substack{non\ acc.\\ non\ appartiene\\ all'insieme\ considerato}}{\cancel{x=-1}} \qquad \vee \; \boxed{x=4}$$

$-2 \le x \le 2: \qquad -x^2+4=3x \quad -x^2-3x+4=0 \quad x^2+3x-4=0$

$$(x+4)(x-1)=0 \qquad \underset{\substack{non\ acc.\\ non\ appartiene\\ all'insieme\ considerato}}{\cancel{x=-4}} \qquad \vee \; \boxed{x=1}$$

18)

$\left|x^2-8x+14\right| = x^2-8x+18$

$x^2-8x+18 \ge 0 \quad$ *sempre verificata* $(\Delta<0)$

$$x^2-8x+14=\pm\left(x^2-8x+18\right) \left\langle \begin{array}{l} \cancel{x^2} \cancel{-8x}+14=\cancel{x^2}\cancel{-8x}+18 \quad impossibile \\ x^2-8x+14=-x^2+8x-18 \; \dots \; (x-4)^2=0 \quad \boxed{x=4} \end{array} \right.$$

*OPPURE* :

$x^2-8x+14>0 \quad \left(x_{1,2}=4\pm\sqrt{16-14}=4\pm\sqrt{2}\right) \quad x<4-\sqrt{2} \;\vee\; x>4+\sqrt{2}$

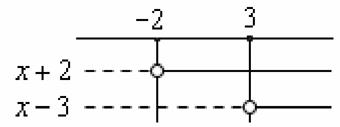
*per cui*

$x \le 4-\sqrt{2} \;\vee\; x \ge 4+\sqrt{2}: \qquad \cancel{x^2}\cancel{-8x}+14=\cancel{x^2}\cancel{-8x}+18 \quad impossibile$

$4-\sqrt{2} \le x \le 4+\sqrt{2}: \qquad -x^2+8x-14=x^2-8x+18; \; \dots \; x^2-8x+16=0 \quad (x-4)^2=0 \quad \boxed{x=4}$

19) $|x+2|+|x-3|=x+4$

$x+2>0 \quad quando \quad x>-2$
$x-3>0 \quad quando \quad x>3$

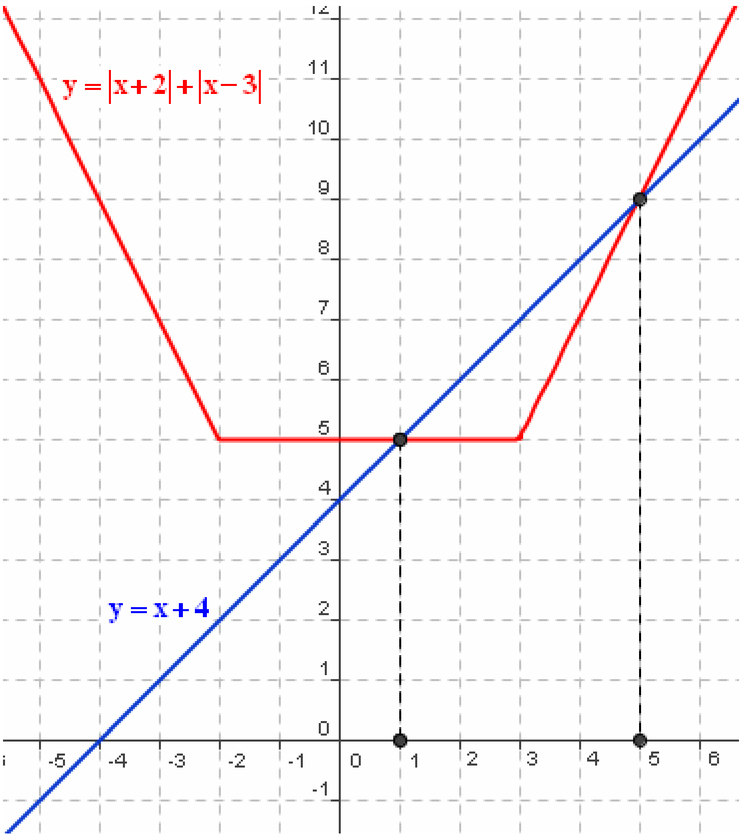


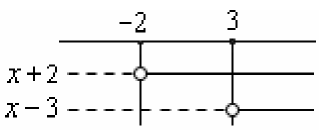

$x \le -2: \quad -x-2-x+3=x+4; \quad -3x=3;$
$\cancel{x=-1}$ non accettabile (non appartiene all'intervallo considerato)

$-2 \le x \le 3: \quad \cancel{x}+2-x+3=\cancel{x}+4; \quad -x=-1;$
$\boxed{x=1}$ accettabile (appartiene all'intervallo considerato)

$x \ge 3: \quad \cancel{x}+2+x-3=\cancel{x}+4$
$\boxed{x=5}$ accettabile (appartiene all'intervallo considerato)

**Risoluzione grafica:**




La funzione a **secondo membro**
$y=x+4$
ha come grafico
una retta inclinata di 45° "in salita".

**Per tracciare il grafico**
**della funzione a primo membro**
$y=|x+2|+|x-3|$
**dobbiamo distinguere fra i tre intervalli:**

**a)** $\boxed{x \le -2}$
nel quale la funzione assume la forma
$\boxed{y=}-x-2-x+3=\boxed{-2x+1}$

**b)** $\boxed{-2 \le x \le 3}$
nel quale la funzione diventa
$\boxed{y=}x+2-x+3=\boxed{5}$

**c)** $\boxed{x \ge 3}$
nel quale la funzione diventa
$\boxed{y=}x+2+x-3=\boxed{2x-1}$

**La funzione a primo membro**
**va dunque disegnata "a pezzi":**

**a)** semiretta in discesa su $(-\infty,-2]$

**b)** segmento orizzontale su $[-2,3]$

**c)** semiretta in salita su $[3,+\infty)$

**Così occorre fare con qualunque funzione che contenga la variabile indipendente più volte entro le stanghette di valore assoluto:**

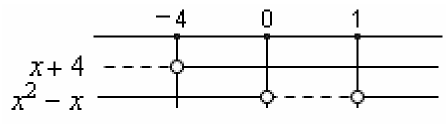
- **studiare il segno di ogni singola espressione entro stanghette,**
- **compilare un "quadro sinottico" come quello riportato qui sopra,**
- **e disegnare "a pezzi", calcolando l'espressione che la funzione assume nei vari intervalli.**

*Se invece per tracciare il grafico ci si serve di un* **software** *opportuno,*
*occorre tener presente che, ad esempio,* $|x+2|$ *si digiterà* **abs**$(x+2)$.

20) $2|x+4| = |x^2 - x| - 2$

$x+4>0 \quad x>-4$

$x^2 - x > 0 \quad x(x-1)>0 \quad x<0 \vee x>1$




$x \le -4:$

$$2(-x-4) = x^2 - x - 2; \ -2x-8 = x^2 - x - 2; \ x^2 + x + 6 = 0; \ \textit{impossibile} \ (\Delta < 0)$$

$-4 \le x \le 0 \vee x \ge 1$

(abbiamo messo assieme i due casi perché il segno delle due espressioni è il medesimo):

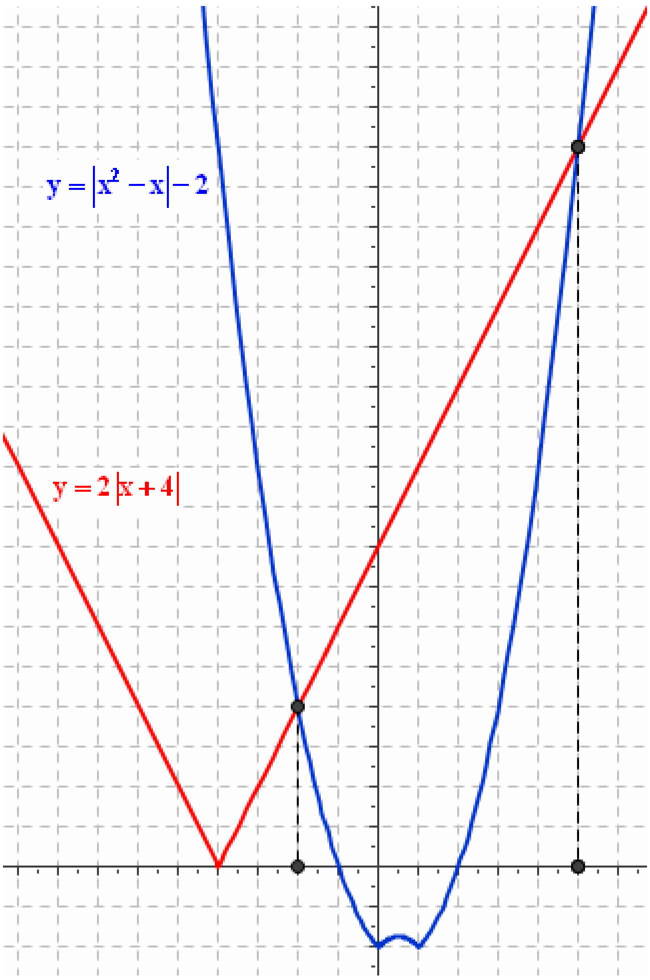
$$2(x+4) = x^2 - x - 2; \ 2x+8 = x^2 - x - 2; \ x^2 - 3x - 10 = 0;$$

$$(x+2)(x-5) = 0 \ \boxed{x=-2} \vee \boxed{x=5}$$

$0 \le x \le 1:$

$$2(x+4) = -x^2 + x - 2; \ 2x+8 = -x^2 + x - 2; \ x^2 + x + 10 = 0; \ \textit{impossibile} \ (\Delta < 0)$$

*Risoluzione grafica*




La funzione a **primo membro** è

*per* $\boxed{x \le -4}$: $\boxed{y=} 2(-x-4) = \boxed{-2x-8}$

*per* $\boxed{x \ge -4}$: $\boxed{y=} 2(x+4) = \boxed{2x+8}$

... oppure è disegnabile
a partire dal grafico della $y = |x|$,
traslandolo orizzontalmente a sinistra di 4 unità
poi raddoppiando tutte le ordinate.

La funzione a **secondo membro** è

*per* $\boxed{x \le 0 \vee x \ge 1}$: $\boxed{y = x^2 - x - 2}$

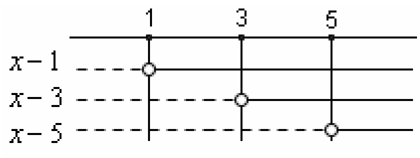
(arco di parabola con
la concavità verso l'alto)

*per* $\boxed{0 \le x \le 1}$: $\boxed{y = -x^2 + x - 2}$

(arco di parabola con
la concavità verso il basso)

21) $|x-1|+|x-3|=|x-5|$

$x-1>0 \quad x>1$
$x-3>0 \quad x>3$
$x-5>0 \quad x>5$




$x \le 1:$

$1-x+3-x=5-x$
$-x=1$
$\boxed{x=-1}$

$1 \le x \le 3:$

$x-1+3-x=5-x$
$\boxed{x=3}$

$3 \le x \le 5:$

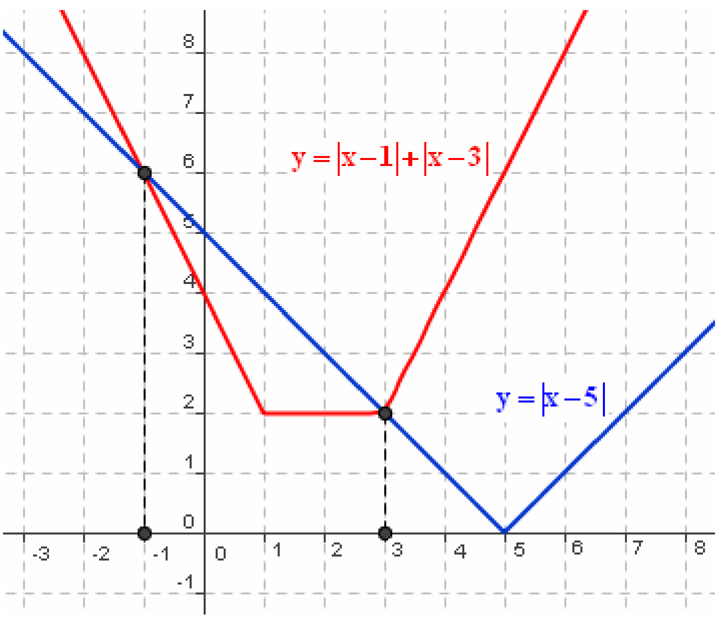
$x-1+x-3=5-x$
$3x=9$
$\boxed{x=3}$

$x \ge 5:$

$x-1+x-3=x-5$
$\cancel{x=-1}$
*non acc.*

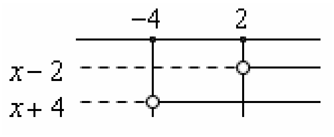
*Le soluzioni sono dunque*: $x=-1, \ x=3$
E' normale che la soluzione $x=3$ sia stata trovata due volte:
infatti essa coincide con l'estremità comune di due degli intervalli
e quindi la possibilità che $x=3$ sia, eventualmente, soluzione
viene valutata con riferimento ad ENTRAMBI questi intervalli.

*Risoluzione grafica:*



22) $2|x-2|+3x=|x+4|$

$x-2>0 \quad x>2$
$x+4>0 \quad x>-4$




$x \le -4$

$2(-x+2)+3x=-x-4; \ -2x+4+3x=-x-4; \ 2x=-8$

$\boxed{x=-4}$

$-4 \le x \le 2$

$2(-x+2)+3x=x+4$

$\cancel{-2x}\ \cancel{+4}\ \cancel{+3x} = \cancel{x}\ \cancel{+4}$

equazione indeterminata;

quindi TUTTI i valori i x tali che $\boxed{-4 \le x \le 2}$

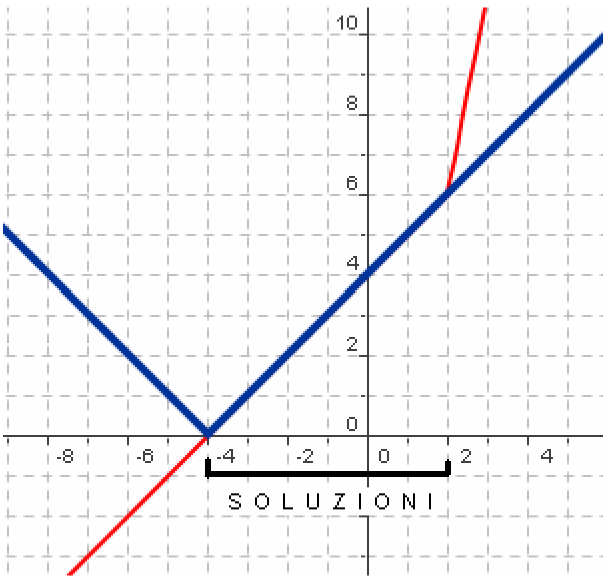
sono soluzione

$x \ge 2$

$2(x-2)+3x=x+4; \ 2x-4+3x=x+4; \ 4x=8; \ \boxed{x=2}$

In definitiva, sono soluzioni di questa equazione
gli infiniti numeri reali $x$ tali che $\boxed{-4 \le x \le 2}$

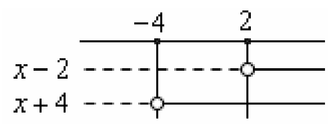
*Risoluzione grafica:*




La curva disegnata a tratto più marcato è la $y=|x+4|$,
con la sua tipica forma a $\vee$ "ereditata" dalla funzione $y=|x|$,
in quanto il grafico della $y=|x+4|$ si può pensare come ottenibile da quello della $y=|x|$
per traslazione orizzontale di 4 unità verso *sinistra* (effetto "bastian contrario").

L'altra curva, dal tratto più sottile, è la $y=2|x-2|+3x$.

Nell'intervallo $[-4,\ 2]$ la prima "copre" la seconda,
perché lì i due grafici sono sovrapposti.
Infatti, per $-4 \le x \le 2$, è



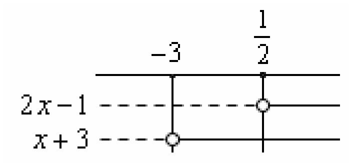

- $y=2|x-2|+3x=2(-x+2)+3x=-2x+4+3x=x+4$
- $y=|x+4|=x+4$

23)

$|2x-1|-|x+3|+x=2$

$2x-1>0 \quad x>\frac{1}{2}$

$x+3>0 \quad x>-3$

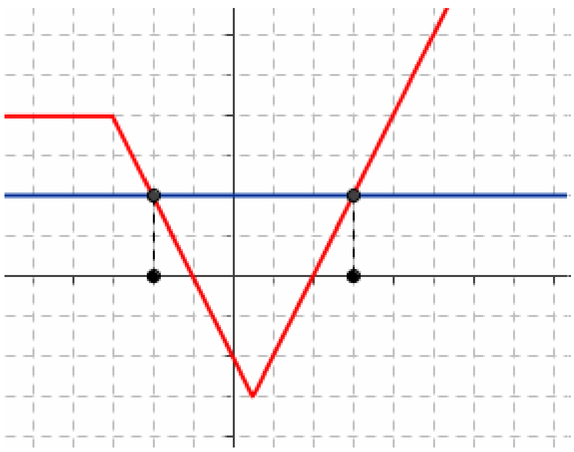



$x\le -3 \qquad -2x+1-(-x-3)+x=2;\ \cancel{-2x}+1\cancel{+x}+3\cancel{+x}=2$ *impossibile*

$-3\le x\le \frac{1}{2} \qquad -2x+1-(x+3)+x=2;\ -2x+1\cancel{-x}-3\cancel{+x}=2;\ -2x=4;\ \boxed{x=-2}$

$x\ge \frac{1}{2} \qquad 2x-1-(x+3)+x=2;\ 2x-1\cancel{-x}-3\cancel{+x}=2;\ 2x=6;\ \boxed{x=3}$

*Risoluzione grafica:*



Tenendo l'equazione sotto la forma data

$$|2x-1|-|x+3|+x=2$$

avremo che il primo membro diventa:

*per* $\boxed{x\le -3}$,

$\boxed{y=}-2x+1-(-x-3)+x=$

$=\cancel{-2x}+1\cancel{+x}+3\cancel{+x}=\boxed{4}$

*per* $\boxed{-3\le x\le \frac{1}{2}}$,

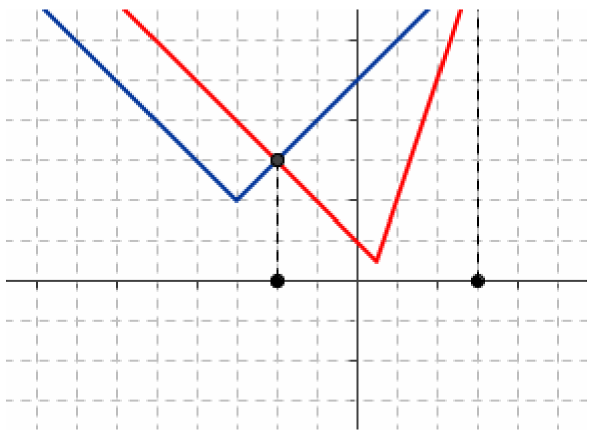
$\boxed{y=}-2x+1-(x+3)+x=$

$=-2x+1\cancel{-x}-3\cancel{+x}=\boxed{-2x-2}$

*per* $\boxed{x\ge \frac{1}{2}}$,

$\boxed{y=}2x-1-(x+3)+x=$

$=2x-1\cancel{-x}-3\cancel{+x}=\boxed{2x-4}$



Portando invece l'equazione sotto la forma

$$|2x-1|+x=|x+3|+2$$

la risoluzione grafica è quella mostrata nella figura qui sopra, perché la funzione a **primo membro** risulta essere

*per* $\boxed{x\le \frac{1}{2}}$, $\boxed{y=}-2x+1+x=\boxed{-x+1}$

*per* $\boxed{x\ge \frac{1}{2}}$, $\boxed{y=}2x-1+x=\boxed{3x-1}$

mentre la funzione a **secondo membro** risulta essere

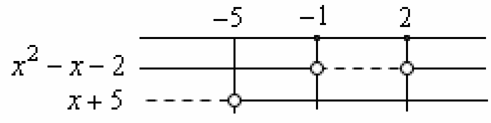
*per* $\boxed{x\le -3}$, $\boxed{y=}-x-3+2=\boxed{-x-1}$

*per* $\boxed{x\ge -3}$, $\boxed{y=}x+3+2=\boxed{x+5}$

24)
$\left|x^2-x-2\right|=x+2\left|x+5\right|$

$x^2-x-2>0 \quad (x+1)(x-2)>0 \quad x<-1 \vee x>2$

$x+5>0 \quad x>-5$




$x \le -5$

$x^2-x-2=x+2(-x-5)$

$x^2 \cancel{-x}-2=\cancel{x}\cancel{-2x}-10$

$x^2=-8$ *impossibile*

$-5 \le x \le -1 \vee x \ge 2$

(abbiamo riunito i due casi perché il segno delle espressioni considerate è, in entrambi, lo stesso)

$x^2-x-2=x+2(x+5); \quad x^2-x-2=x+2x+10$

$x^2-4x-12=0; \quad (x+2)(x-6)=0$

$\boxed{x=-2} \vee \boxed{x=6}$ (entrambe accettabili perché rientrano negli intervalli considerati)

$-1 \le x \le 2$

$-x^2+x+2=x+2(x+5)$

$-x^2\cancel{+x}+2=\cancel{x}+2x+10$

$-x^2-2x-8=0$

$x^2+2x+8=0$ *impossibile* $(\Delta<0)$

25)
$x=\left|x^2-7x+6\right|+1$

$-\left|x^2-7x+6\right|=1-x$

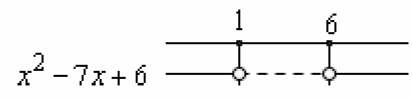
$\left|x^2-7x+6\right|=x-1$

$x-1 \ge 0, \; x \ge 1$

$x^2-7x+6=\pm(x-1)\left\langle \begin{array}{l} x^2-7x+6=x-1; \;\; x^2-8x+7=0; \;\; (x-1)(x-7)=0; \;\; \boxed{x=1} \vee \boxed{x=7} \\ x^2-7x+6=-x+1; \;\; x^2-6x+5=0; \;\; (x-1)(x-5)=0; \;\; \boxed{x=1} \vee \boxed{x=5} \end{array}\right.$

OPPURE

$x^2-7x+6>0 \quad (x-1)(x-6)>0 \quad x<1 \vee x>6$




$x \le 1 \vee x \ge 6$

$x=x^2-7x+6+1$

$x^2-8x+7=0; \quad (x-1)(x-7)=0; \quad \boxed{x=1} \vee \boxed{x=7}$

$1 \le x \le 6$

$x=-x^2+7x-6+1$

$x^2-6x+5=0; \quad (x-1)(x-5)=0; \quad \boxed{x=1} \vee \boxed{x=5}$