

3. COORDINATE DEL PUNTO MEDIO DI UN SEGMENTO

□ Se il segmento sta sull'asse x :

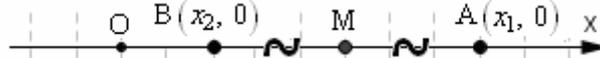


Supponiamo di conoscere x_1 (ascissa di A) e x_2 (ascissa di B); vogliamo trovare x_M .
Avremo $AM = MB$.

♪ Se A sta a sinistra di B (come nella nostra figura), tale relazione diventa

$$x_M - x_1 = x_2 - x_M; \quad 2x_M = x_1 + x_2; \quad x_M = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

♪ E se A fosse invece a destra di B?
Allora sarebbe



$$x_M - x_2 = x_1 - x_M; \quad 2x_M = x_1 + x_2; \quad x_M = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad (\text{come prima})$$

In definitiva,

se il segmento AB giace sull'asse x , si avrà, qualunque sia la posizione reciproca dei due estremi A e B,

$$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

Una **dimostrazione alternativa** della formula è riportata nel successivo paragrafo sull'**identità di Chasles**.

ESEMPIO Il punto medio del segmento di estremi $A(7,0)$; $B(9,0)$ è il punto M tale che

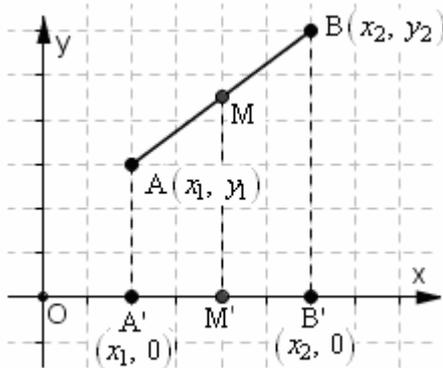
$$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{7+9}{2} = \frac{16}{2} = 8; \quad \text{l'ordinata di M vale invece evidentemente anch'essa } 0.$$

Dunque è il punto $M(8,0)$.

□ Se il segmento giace sull'asse y , si otterrà in modo del tutto analogo: $y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$

ESEMPIO Se E è il punto medio di CD, con $C(0,5)$; $D(0,-3)$, allora $E\left(0, \frac{5-3}{2}\right) = (0,1)$

□ **Caso generale**



Proiettiamo A, B, M sull'asse x .

Le tre proiezioni A' , B' , M' avranno le stesse ascisse dei punti iniziali.

Per il Piccolo Teorema di Talete, essendo $AM = MB$, risulterà anche $A'M' = M'B'$ quindi M' sarà il punto medio di $A'B'$.

Allora, potendosi applicare una formula già acquisita (dato che il segmento $A'B'$ giace sull'asse x), avremo

$$x_{M'} = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

e perciò (dato che $x_M = x_{M'}$) pure

$$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2}.$$

Allo stesso modo, proiettando sull'asse y , si otterrebbe

$$y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}.$$

In definitiva, in qualsiasi caso, dati due punti $A(x_1, y_1)$ e $B(x_2, y_2)$, il punto medio M del segmento AB avrà sempre coordinate

$$\boxed{x_M = \frac{x_1 + x_2}{2}}; \quad \boxed{y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}}.$$

L'ASCISSA DEL PUNTO MEDIO DI UN SEGMENTO È LA MEDIA DELLE ASCISSE DEGLI ESTREMI, LA SUA ORDINATA È LA MEDIA DELLE ORDINATE.

ESEMPIO I punti medi dei lati del triangolo ABC, con $A(-4,-2)$; $B(-3,2)$; $C(1/3, 0)$ sono:

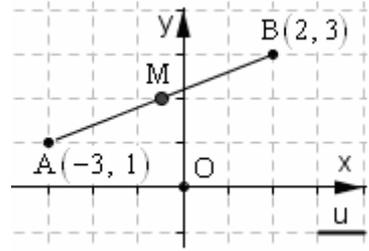
$$\left(\frac{-4-3}{2}, \frac{-2+2}{2}\right) = \left(-\frac{7}{2}, 0\right); \quad \left(\frac{-4+\frac{1}{3}}{2}, \frac{-2+0}{2}\right) = \left(-\frac{11}{6}, -1\right); \quad \left(\frac{-3+\frac{1}{3}}{2}, \frac{2+0}{2}\right) = \left(-\frac{4}{3}, 1\right)$$

ESERCIZI SVOLTI SUL PUNTO MEDIO DI UN SEGMENTO

- 1) Calcola le coordinate del punto medio del segmento AB, essendo $A(-3,1)$; $B(2,3)$

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-3+2}{2} = -\frac{1}{2}, \quad y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{1+3}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$M\left(-\frac{1}{2}, 2\right)$$

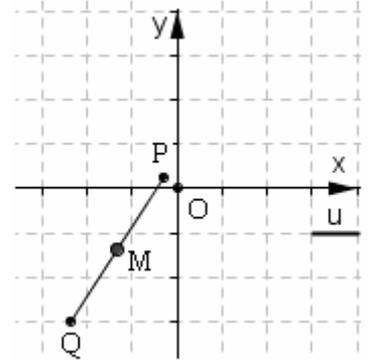


- 2) $P\left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{4}\right)$; $Q\left(-\frac{12}{5}, -3\right)$. Punto medio di PQ = ?

$$x_M = \frac{x_P + x_Q}{2} = \frac{-\frac{1}{3} - \frac{12}{5}}{2} = \frac{-\frac{5-36}{15}}{2} = -\frac{41}{30}$$

$$y_M = \frac{y_P + y_Q}{2} = \frac{\frac{1}{4} - 3}{2} = \frac{\frac{1-12}{4}}{2} = -\frac{11}{8}$$

$$M\left(-\frac{41}{30}, -\frac{11}{8}\right)$$



- 3) Calcola la lunghezza della mediana FM del triangolo DEF, essendo $D(1,-2)$; $E(1,1)$; $F(3,-2)$

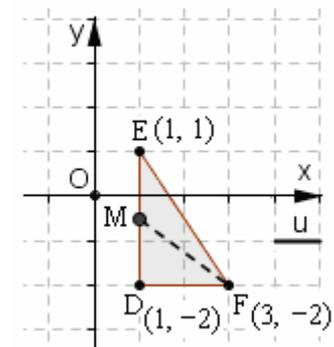
$$x_M = \frac{x_D + x_E}{2} = \frac{1+1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$y_M = \frac{y_D + y_E}{2} = \frac{-2+1}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$M\left(1, -\frac{1}{2}\right)$$

$$F(3, -2)$$

$$\begin{aligned} FM &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \\ &= \sqrt{(3-1)^2 + \left(-2 + \frac{1}{2}\right)^2} = \\ &= \sqrt{2^2 + \left(-\frac{3}{2}\right)^2} = \sqrt{4 + \frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{16+9}{4}} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2} \end{aligned}$$



- 4) Per quali valori di a, b i due punti

$$P(a, a+b) \quad \text{e} \quad Q(a-b+1, b)$$

sono simmetrici rispetto all'origine?

Dobbiamo determinare a, b in modo che il punto medio del segmento PQ coincida con l'origine.

Ma tale punto medio ha coordinate

$$\left(\frac{a+a-b+1}{2}, \frac{a+b+b}{2}\right) = \left(\frac{2a-b+1}{2}, \frac{a+2b}{2}\right)$$

e coinciderà con l'origine se e solo se

$$\begin{cases} \frac{2a-b+1}{2} = 0 \\ \frac{a+2b}{2} = 0 \end{cases},$$

sistema dal quale si ricava $a = -\frac{2}{5}, b = \frac{1}{5}$

