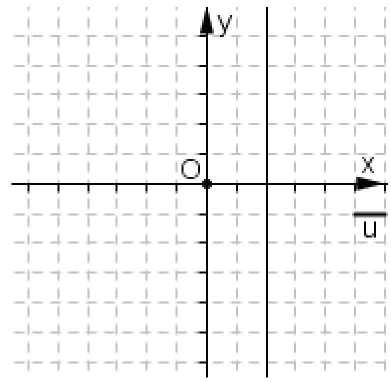
10. ESEMPI ed ESERCIZI (LE RISPOSTE AI QUESITI SONO ALLA FINE DELLA RASSEGNA)

1) Disegna (se vuoi, puoi anche utilizzare un unico riferimento cartesiano!) le rette di equazioni:

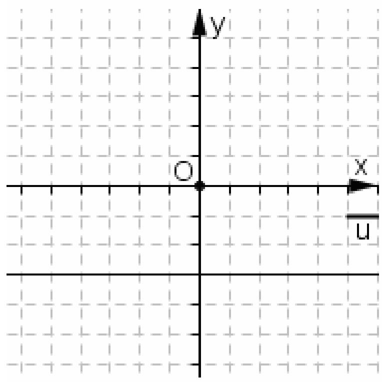
a) $x=4$ b) $y=4$ c) $x=-4$ d) $y=-4$ e) $x=0$ f) $y=0$ g) $y=\frac{1}{2}$ h) $3y+4=0$

2) Scrivi le equazioni delle rette qui sotto raffigurate:

a)



b)



3) Considera il punto $A(k+1,\ 2k-3)$, dove k è un parametro.

I) Disegna la posizione che il punto A assume:

per $k=3$; per $k=2$; per $k=1$; per $k=\frac{1}{2}$; per $k=0$; per $k=-1$; per $k=-2$; per $k=-3$

II) Per quale valore del parametro k il punto $A(k+1,\ 2k-3)$:

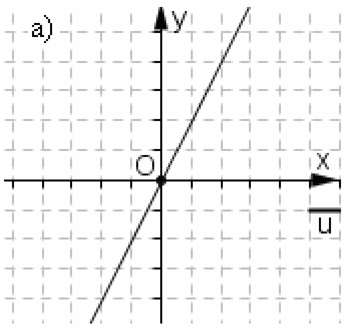
a) appartiene alla retta di equazione $x=4$?
b) appartiene alla retta di equazione $y=-4$?
c) appartiene all'asse *x*?
d) appartiene all'asse *y*?
e) ha distanza dall'origine uguale a 5?
f) coincide con l'origine?

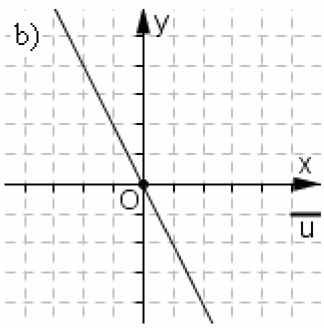
4) Dato il punto $P(x,y)$, scrivi l'espressione, contenente *x* e/o *y*, che fornisce la distanza (assoluta) di P:
a) dall'origine b) dall'asse *x* c) dall'asse *y* d) dalla retta di eq. $y=4$ e) dalla retta di eq. $x=4$

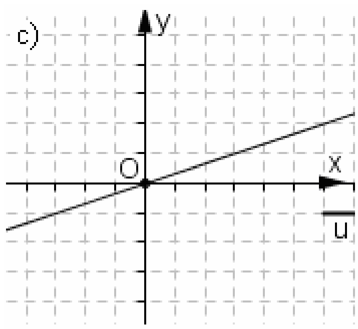
5) Disegna (puoi utilizzare un unico riferimento cartesiano) le rette di equazioni:

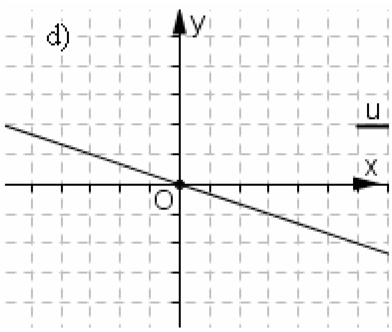
a) $y=3x$ b) $y=4x$ c) $y=-4x$ d) $y=\frac{1}{4}x$ e) $y=-\frac{1}{4}x$ f) $y=x$ g) $y=-x$ h) $5x+y=0$

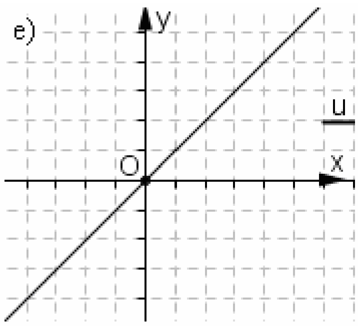
6) Scrivi le equazioni delle rette qui sotto raffigurate:

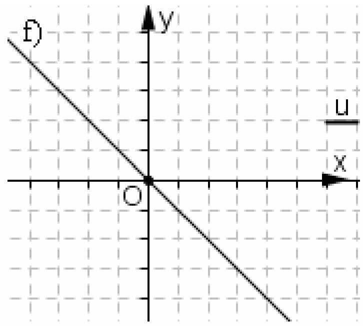












7) Se un punto P ha coordinate (x,y), che coordinate avrà il punto simmetrico di P rispetto:
a) all'origine? b) alla bisettrice del 1° e 3° quadrante? c) alla bisettrice del 2° e 4° quadrante?

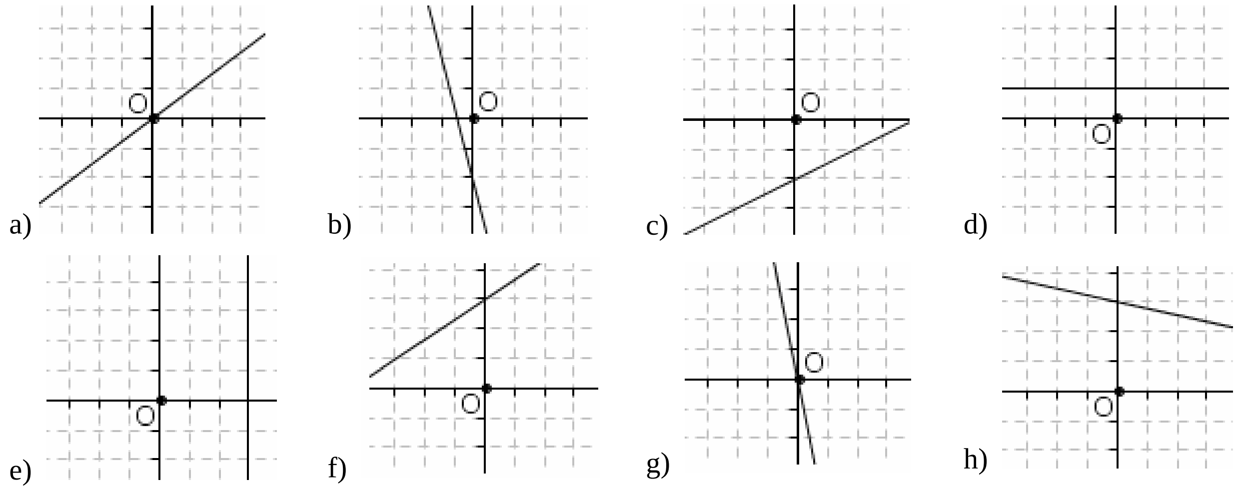
8) Disegna le rette di equazioni:

a) $y=2x+1$ b) $y=2x+3$ c) $y=-2x+3$ d) $y=-2x-3$ e) $y=x+4$ f) $x+y+4=0$

g) $y=4x+1$ h) $y=4x-1$ i) $y=\frac{1}{4}x+2$ l) $y=-\frac{1}{4}x-2$ m) $y=5x-5$ n) $3x-5y+1=0$

9) Fra le rette qui sotto rappresentate, stabilisci quali sono quelle che hanno

I) $m>0$ II) $m<0$ III) $m=0$ IV) $q>0$ V) $q<0$ VI) $q=0$



10) E' data una retta di equazione $y=3x+q$. Determinare q supponendo che la retta passi:

a) per l'origine b) per il punto $\mathrm{A}(1,1)$ c) per il punto $\mathrm{B}(4,6)$ d) per il punto $\mathrm{C}\left(-\frac{1}{2},1\right)$

11) E' data una retta di equazione $y=mx+3$. Determinare m supponendo che la retta:

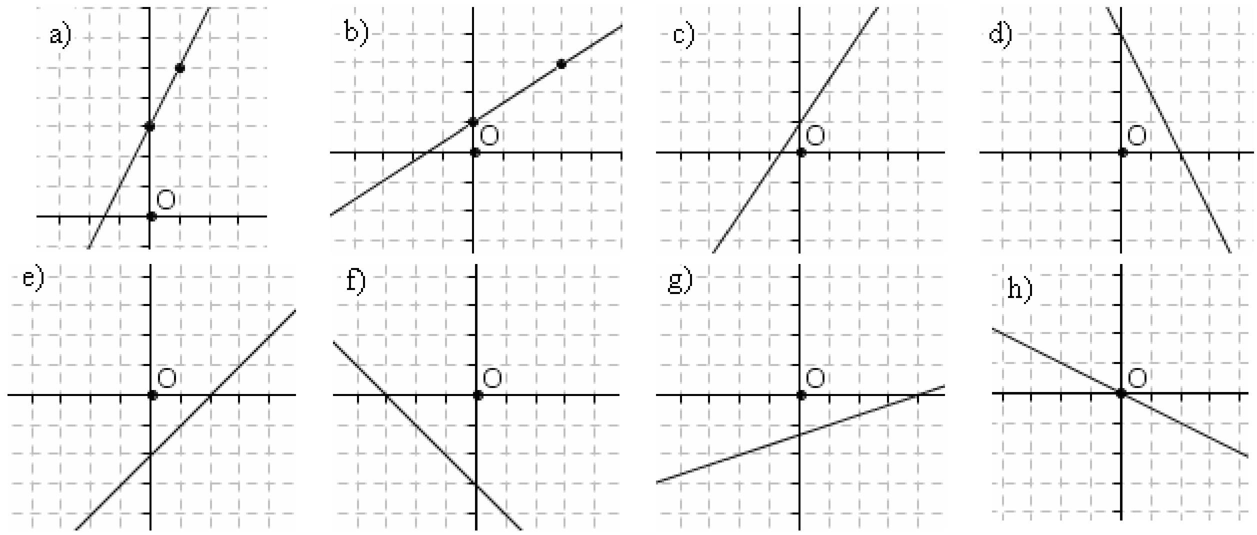
a) passi per l'origine b) passi per il punto $\mathrm{D}(1,1)$ c) passi per il punto $\mathrm{E}(5,4)$ d) passi per $\left(\frac{1}{2},\frac{1}{3}\right)$

e) sia parallela alla retta di equazione $y=4x$ f) sia parallela all'asse delle ascisse.

12) E' data una retta di equazione $y=mx+q$. Determinare m e q supponendo che la retta passi:

a) per $\mathrm{A}(1,1)$ e per $\mathrm{B}(2,3)$ b) per $\mathrm{A}(-1,3)$ e per $\mathrm{B}(3,-1)$ c) per $\mathrm{A}(-3,-1)$ e per $\mathrm{B}(1,2)$
d) per $\mathrm{A}(-2,1)$ e per $\mathrm{B}(4,-2)$ e) per $\mathrm{A}(-5,-2)$ e per $\mathrm{B}(3,-1)$ f) per $\mathrm{A}(-4,3)$ e per $\mathrm{B}(-4,1)$

13) Scrivi le equaz. delle rette seguenti (puoi scegliere due punti sul grafico e operare come nell'es. precedente):



14) Trova algebricamente il punto d'intersezione delle seguenti coppie di rette, poi disegnale per controllare:

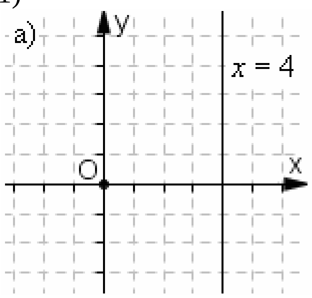
a) $r: y=x+1,\ s: y=2x+4$ b) $r: y=4x-3,\ s: y=x$ c) $r: y=4,\ s: 3x-y=0$

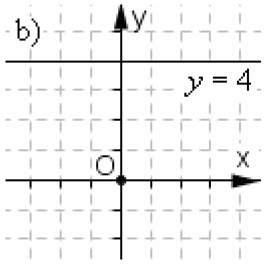
d) $r: y=-\frac{1}{2}x+2,\ s: y=-\frac{1}{3}x+3$ e) $r: y=-3x+2,\ s: asse\ x$ f) $r: y=14x+7,\ s: y=-6x+7$

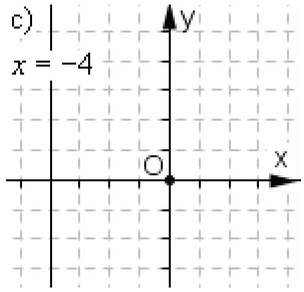
15) Cos'hanno in comune le due rette di equazioni $r: 15x-5y-30=0,\ s: 6x-2y-12=0$?

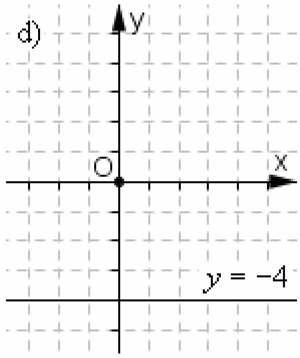
RISPOSTE

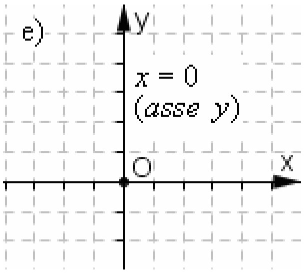
1)

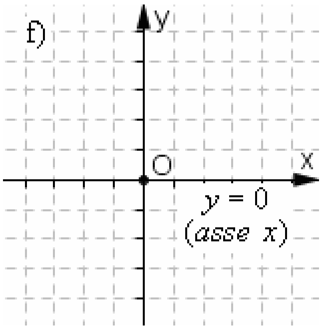


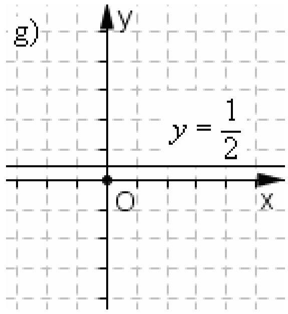


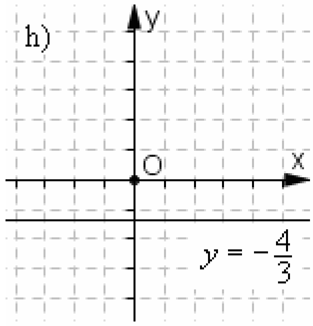








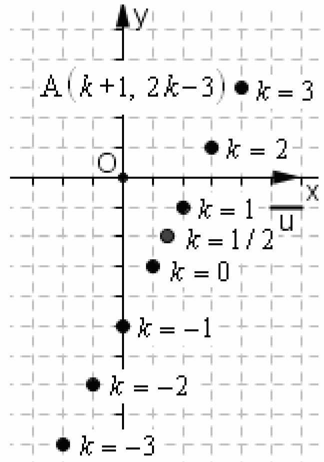




$$3y+4=0$$
$$y=-\frac{4}{3}$$
$$-\frac{4}{3}=-\frac{3}{3}-\frac{1}{3}=-1-\frac{1}{3}$$

2) a) $x=2$ b) $y=-3$

3)



I) (vedi figura)
Le varie posizioni di $A(k+1,\ 2k-3)$ sembrano distribuite su di una retta.
Sarà proprio così?
Sì, perché se un punto ha come coordinate
$$x=k+1$$
$$y=2k-3$$
allora, per ogni valore di k, si ha
$$k=x-1$$
$$y=2(x-1)-3;\ \boxed{y=2x-5}$$
per cui il punto starà sulla retta di equazione, appunto, $y=2x-5$

II) a) Se $k+1=4$, quindi per $k=3$ b) Per $k=-\frac{1}{2}$ c) Per $k=\frac{3}{2}$ d) Per $k=-1$

e) Se $\sqrt{(k+1)^2+(2k-3)^2}=5;\ \ (k+1)^2+(2k-3)^2=25;$ (*equazione di* $2°$ *grado*) $k=-1 \vee k=3$

f) Non può coincidere con l'origine, per nessun valore di k.

Infatti il sistema $\begin{cases} k+1=0 \\ 2k-3=0 \end{cases}$ è impossibile. D'altronde, la retta $y=2x-5$ non passa per l'origine.

4) a) $PO=\sqrt{x^2+y^2}=$ *distanza dall'origine*

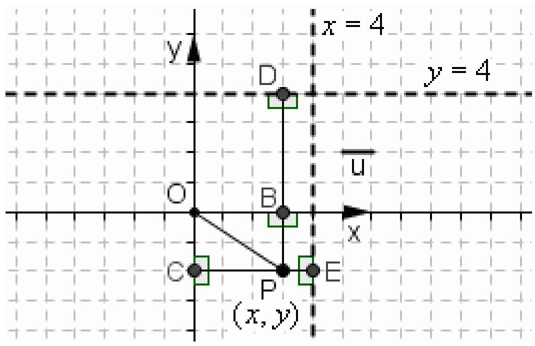
b) $PB=|y|=$ *distanza da asse x*

c) $PC=|x|=$ *distanza da asse y*

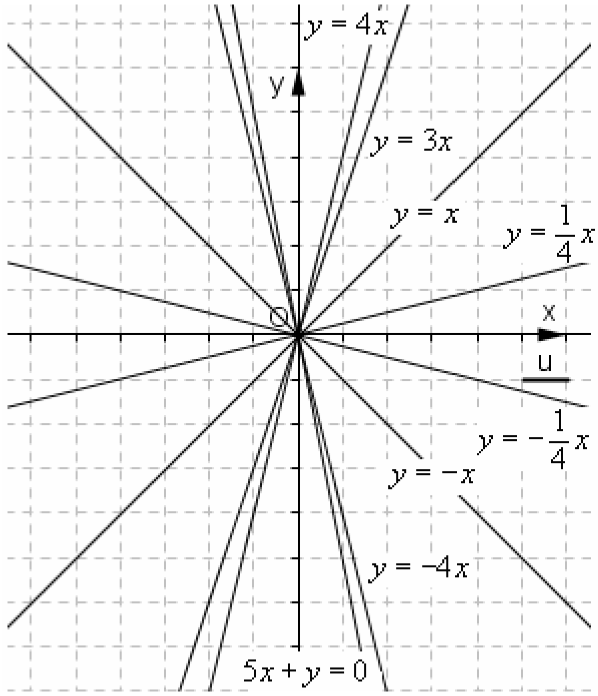
d) $PD=|y-4|=$ *distanza da retta* $y=4$

e) $PE=|x-4|=$ *distanza da retta* $x=4$

Immagina di spostare P portandolo in diverse posizioni nel piano cartesiano e in diversi quadranti: ti renderai conto che le stanghette di valore assoluto ci vogliono proprio.



5)



6)

Sono tutte rette non verticali per l'origine,
quindi la loro equazione sarà della forma $y = mx$;
si tratta solo di determinare, caso per caso,
il coefficiente angolare m !

Se ricordiamo che $m = \frac{y}{x}$,
ossia che m è uguale al rapporto
fra l'ordinata e l'ascissa
di un punto qualsiasi della retta in esame,
avremo:

a) $y = 2x$
b) $y = -2x$
c) $y = \frac{1}{3}x$
d) $y = -\frac{1}{3}x$
e) $y = x$
f) $y = -x$

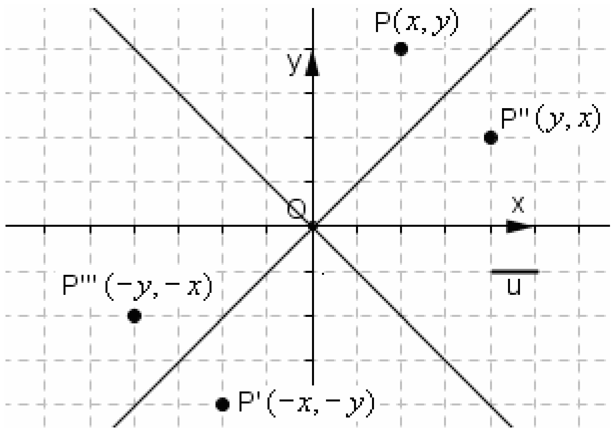
7)

Punto $P(x, y)$

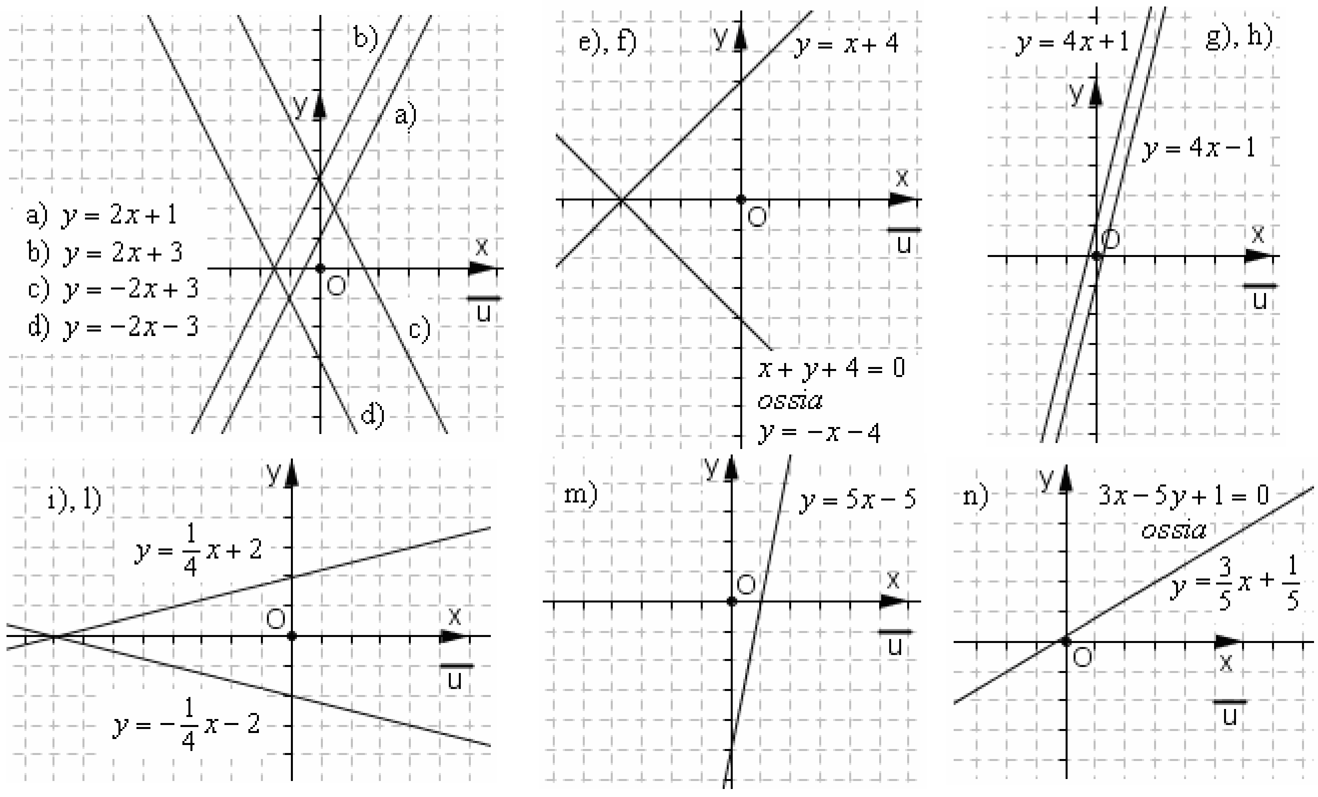
a) Simmetrico rispetto all'origine:
$P'(-x, -y)$

b) Simmetrico rispetto alla bisettrice del 1° e 3° quadrante:
$P''(y, x)$

c) Simmetrico rispetto alla bisettrice del 3° e 4° quadrante:
$P'''(-y, -x)$



8)



9) I) $m>0$: a, c, f II) $m<0$: b, g, h III) $m=0$: d
IV) $q>0$: d, f, h V) $q<0$: b, c VI) $q=0$: a, g

10) E' data una retta di equazione $y=3x+q$.
Determinare q supponendo che la retta passi per un punto assegnato.

a) Per l'origine. Immediatamente: $q=0$

b) Per il punto $A(1,1)$

Allo scopo di determinare q, basta "porre la condizione di appartenenza del punto $(1,1)$", sostituendo le sue coordinate $(1,1)$ al posto di (x,y) nell'equazione:

$1=3\cdot 1+q;\quad q=-2$

c) Per il punto $B(4,6)$ $q=-6$

d) Per il punto $C\left(-\frac{1}{2},1\right)$ $q=\frac{5}{2}$

11) E' data una retta di eq. $y=mx+3$. Determinare m supponendo che la retta passi per un punto assegnato.

Si procede ponendo la condizione di appartenenza del punto, come per il quesito precedente.

Si trova:

a) impossibile, per nessun valore di m la retta data può passare per l'origine!

b) $m=-2$ c) $m=1/5$ d) $m=-4/3$

e) due rette non verticali sono parallele se hanno lo stesso coeff. angolare: $m=4$ f) $m=0$

12) **E' data una retta di equazione $y=mx+q$.**
Determinare m e q supponendo che la retta passi per due punti A, B assegnati.

a) Per $A(1,1)$ e per $B(2,3)$

Successivamente, impareremo una formula apposita per scrivere l'equazione della retta passante per due punti fissati.
Per ora, possiamo procedere nel modo seguente:
scriveremo le due condizioni di appartenenza di A e di B rispettivamente, ponendole a sistema; otterremo dunque un sistema di due equazioni nelle due incognite m, q.
Nel nostro caso il sistema sarà:

$$\begin{cases}1=m\cdot 1+q\\3=m\cdot 2+q\end{cases}\quad ossia\quad \begin{cases}m+q=1\\2m+q=3\end{cases}$$

Si trova: $\begin{cases}m=2\\q=-1\end{cases}$ per cui la retta cercata è $y=2x-1$

b) $m=-1,\ q=2$ c) $m=\frac{3}{4},\ q=\frac{5}{4}$ d) $m=-\frac{1}{2},\ q=0$ e) $m=\frac{1}{8},\ q=-\frac{11}{8}$ f) *impossibile*

13) a) $y=2x+3$ b) $y=\frac{2}{3}x+1$ c) $y=\frac{3}{2}x+1$ d) $y=4-2x$

e) $y=x-2$ f) $y=-x-3$ g) $y=\frac{1}{3}x-\frac{4}{3}$ h) $y=-\frac{1}{2}x$

14) **Trova algebricamente il punto d'intersezione delle seguenti coppie di rette.**

Come sappiamo, per trovare i punti di intersezione fra due curve nel piano cartesiano si pongono le loro due equazioni a sistema, e si risolve quest'ultimo.

a) $r: y=x+1,\ s: y=2x+4$ $\begin{cases}y=x+1\\y=2x+4\end{cases}\ldots\begin{cases}x=-3\\y=-2\end{cases}$ $r\cap s: (-3,-2)$

b) $(1,1)$ c) $\left(\frac{4}{3},4\right)$ d) $(-6,5)$ e) $\left(\frac{2}{3},0\right)$ f) $(0,7)$

15) Cos'hanno in comune le due rette di equazioni $r: 15x-5y-30=0,\ s: 6x-2y-12=0$?
Rappresentano la stessa retta!
Infatti, semplificando la 1^a equazione per 5 e la 2^a per 2, si ottiene la stessa equazione $3x-y-6=0$.
Questo esercizio è per ricordare che **i coefficienti dell'equazione di una retta in forma implicita sono "determinati a meno di un fattore di proporzionalità, ossia a meno di una costante moltiplicativa".**