5.2 - Poker, Lotto, Superenalotto e il Calcolo delle Probabilità

☼ **E' richiesto di conoscere il CALCOLO COMBINATORIO!**

- **Il POKER e il calcolo delle probabilità**

UNA SOMMARIA DESCRIZIONE DI ALCUNI ASPETTI DEL POKER (VERSIONE ITALIANA)
Il mazzo da poker è (in Italia) costituito da **32 carte**, di **8 "valori" diversi**:
4 assi (di Cuori, di Quadri, Fiori, di Picche: i **4 "semi" C**ome **Q**uando **F**uori **P**iove),
4 re (K = King), 4 donne (Q = Queen), 4 fanti (J = Jack), 4 dieci, 4 nove, 4 otto e 4 sette.

Valori: → **Semi:** ↓	**A**	**K**	**Q**	**J**	**10**	**9**	**8**	**7**
Cuori	♥	♥	♥	♥	♥	♥	♥	♥
Quadri	♦	♦	♦	♦	♦	♦	♦	♦
Fiori	♣	♣	♣	♣	♣	♣	♣	♣
Picche	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠	♠

Dopo aver mischiato, si distribuiscono **5 carte a ciascun giocatore**.
Non conta, ai fini del gioco, l'ordine con cui il giocatore riceve le sue 5 carte.

- Un giocatore ha in mano un "tris" se le sue carte sono: 3 di un valore e 2 di valori diversi, fra loro e dal valore precedente. Ad esempio, 3 re, 1 nove e 1 asso costituiscono un "tris".
- Un giocatore ha in mano un "poker" se fra le sue carte ci sono tutte quelle di un "valore" (più una quinta carta qualsiasi); ad esempio, 4 donne e 1 sette costituiscono un "poker".
- Un giocatore ha in mano un "full" se le sue carte sono: 3 di un "valore" e 2 di un altro "valore"; ad esempio, 3 re e 2 assi formano un "full" (detto "full di re"), così pure 3 assi e 2 re ("full d'assi"), o 3 sette e 2 donne …
- Un giocatore ha in mano una "coppia" se le sue carte sono: 2 di un valore e le altre 3 tutte di valori diversi, fra loro e dal valore precedente. Ad esempio, 2 fanti, un asso, un dieci e un nove costituiscono una "coppia".
- Un giocatore ha in mano una "doppia coppia" se le sue carte sono: 2 di un valore, 2 di un altro valore e la rimanente di un valore diverso dai primi due. Ad esempio, due re, due sette, e un nove, costituiscono una "doppia coppia" ("doppia al re coi sette").
- Un giocatore ha in mano un "colore" se le sue carte sono tutte dello stesso "seme" (es. tutte di cuori)
- Un giocatore ha in mano una "scala" se le sue carte sono (purché non tutte dello stesso seme)
  A K Q J 10;   K Q J 10 9;   Q J 10 9 8;   J 10 9 8 7   oppure   10 9 8 7 A
- Un giocatore ha una "scala reale" se le sue carte formano una scala e sono tutte dello stesso seme.

- **Esempio 10: PROBABILITÀ DEI VARI GIOCHI "SERVITI" A POKER**
  Calcolare la probabilità, quando un giocatore di poker riceve le proprie 5 carte, che si trovi in mano:
  a) una coppia d'assi (s'intende, qui e per i quesiti successivi: e nessun gioco superiore)
  b) una coppia   c) una doppia coppia   d) un tris   e) una scala
  f) un full   g) un colore   h) un poker   i) una scala reale

Risoluzione

a) I casi possibili sono tanti quante le cinquine non ordinate costruibili col mazzo di 32 carte: $\binom{32}{5} = 201376$

I casi favorevoli si possono contare ragionando in due modi.

I) Sono tanti quante le cinquine costruibili utilizzando 2 assi qualsiasi, insieme con 3 altre carte, che non siano assi e che non formino alcuna coppia.
Il loro numero è perciò
$$\binom{4}{2} \cdot \frac{28 \cdot 24 \cdot 20}{3!} = 13440$$

II) Oppure: sono tanti quanti sono i modi in cui possiamo scegliere 2 fra i 4 assi, poi 3 fra i 7 valori K, Q, J, 10, 9, 8, 7 e infine una carta per ciascuno dei 3 valori scelti:
$$\binom{4}{2} \cdot \binom{7}{3} \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 13440$$

La probabilità cercata è dunque:
$$p(\text{coppia di assi servita}) = \frac{13440}{\binom{32}{5}} = \frac{13440}{201376} \approx 0,067 \quad (6,7\%)$$

b) Poiché i casi possibili sono evidentemente 8 volte quelli del caso a), avremo

$$p(\text{coppia}) = 8 \cdot p(\text{coppia di assi}) = 8 \cdot \frac{13440}{201376} \approx 0,534 \quad (53,4\%)$$

c) I casi possibili sono tanti quante le cinquine non ordinate costruibili utilizzando le 32 carte del poker, ossia $\binom{32}{5} = 201376$.

I casi favorevoli sono tanti quante le cinquine costruibili nel modo seguente:
fra gli 8 valori A, K, Q, J, 10, 9, 8, 7 se ne scelgono 2 (e questa scelta potrà essere effettuata in $\binom{8}{2}$ modi),
poi ad ognuna di queste possibili scelte si fa seguire la scelta di 2 fra le 4 carte del valore più basso,
e di 2 fra le 4 carte del valore più alto (fin qui, $\binom{8}{2} \cdot \binom{4}{2} \cdot \binom{4}{2}$ possibilità di scelta);
dopodiché, per ognuna di queste $\binom{8}{2} \cdot \binom{4}{2} \cdot \binom{4}{2}$ scelte, si apre un ventaglio di $8-2=6$ possibilità di scelta per il valore della carta rimanente della cinquina, e ancora di 4 possibilità di scelta per la specifica carta.
$\binom{8}{2} \cdot \binom{4}{2} \cdot \binom{4}{2} \cdot 6 \cdot 4$ casi favorevoli: la probabilità cercata è dunque

$$p(\text{doppia coppia}) = \frac{\binom{8}{2} \cdot \binom{4}{2} \cdot \binom{4}{2} \cdot 6 \cdot 4}{\binom{32}{5}} = \frac{24192}{201376} \approx 0,120 = 12\% \quad \text{[NOTA]}$$

[NOTA]
In alternativa: fra gli 8 valori
A, K, Q, J, 10, 9, 8, 7
se ne scelgono
un primo e poi un secondo
(e questa scelta potrà essere effettuata in $8 \cdot 7$ modi), quindi
ad ognuna di queste possibili scelte
si fa seguire la scelta
di 2 fra le 4 carte del primo valore
e di 2 fra le 4 carte del secondo;
si hanno dunque apparentemente
$8 \cdot 7 \cdot \binom{4}{2} \cdot \binom{4}{2}$
possibilità di scelta, ma questo
numero va poi diviso per 2 perché,
a ben guardare, così facendo
ogni quaterna di carte
verrebbe contata 2 volte …

d) I casi possibili sono sempre in numero di $\binom{32}{5} = 201376$.

I casi favorevoli sono tanti quanti sono i modi di scegliere
un valore fra gli 8 disponibili, poi 3 fra le 4 carte di quel valore,
poi 1 coppia di valori fra i 7 valori non utilizzati e infine, per
il valore più basso fra i due 1 carta, per l'altro valore pure 1 carta.
$8 \cdot \binom{4}{3} \cdot \binom{7}{2} \cdot 4 \cdot 4 = 10752$ casi favorevoli: la probab. cercata è dunque

$$p(\text{tris}) = \frac{8 \cdot \binom{4}{3} \cdot \binom{7}{2} \cdot 4 \cdot 4}{\binom{32}{5}} = \frac{10752}{201376} \approx 0,053 \quad (5,3\%)$$

e) I casi possibili sono sempre in numero di $\binom{32}{5} = 201376$.

I casi favorevoli si possono contare ragionando così: si immagina di scegliere una qualsiasi fra le 5 sequenze
A K Q J 10; K Q J 10 9; Q J 10 9 8; J 10 9 8 7 oppure 10 9 8 7 A,
dopodiché una carta per ciascuno dei 5 valori che da cui è formata la sequenza …
… purché però le carte scelte non siano tutte dello stesso seme,
caso in cui si avrebbe una prestigiosa "scala reale" anziché una semplice "scala".
Dunque:

$$p(\text{scala}) = \frac{5 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 - 4 \cdot 5}{\binom{32}{5}} = \frac{5120-20}{201376} = \frac{5100}{201376} \approx 0,025 \quad (2,5\%)$$

ESERCIZI

1) Prova tu a determinare la probabilità, nel gioco del poker, di trovarsi servito:
f) un full g) un colore h) un poker i) una scala reale (risposte a pagina 40)

2) E' vero che nel poker a 52 carte (A, K, Q, J, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2)
il "colore servito" è più probabile del "full servito"? (risposta a pagina 40)

3) Calcola almeno alcune fra le probabilità dell'esempio 10) nell'ipotesi che si giochi con 52 carte.
Puoi poi andare a controllare le risposte a pagina 41.

- **Il LOTTO e il calcolo delle probabilità**

COME SI GIOCA AL LOTTO
Si sceglie una "ruota" (es. la ruota di Napoli);
su quella ruota è possibile giocare, scegliendo fra i numeri 1, 2, 3, 4, … , 89, 90:

- **la cinquina (5 numeri),**
- **la quaterna (4 numeri),**
- **il terno (3 numeri),**
- **l'ambo (2 numeri),**
- **oppure l' "estratto semplice" detto anche "ambata" (1 numero solo).**

Su quella "ruota" verranno estratti cinque numeri: sarà la "CINQUINA VINCENTE".

Supponiamo, per fissare le idee, che la cinquina vincente sulla ruota prescelta sia
57 22 10 88 41
Se io ho giocato, tanto per dire, l' "ambo" 41 10, ho vinto. Se avessi giocato il 41 15 avrei perso.

Insomma, per vincere, devono uscire, sulla ruota da me prescelta,
TUTTI i numeri della combinazione che ho giocato, nessuno escluso.
NON conta l'ordine nel quale i numeri vengono giocati, o vengono estratti.

- **Esempio 11: PROBABILITÀ DI SUCCESSO DELLE VARIE GIOCATE AL LOTTO**

Calcolare le probabilità di azzeccare

a) l' "estratto semplice"
b) l'ambo
c) il terno
d) la quaterna
e) la cinquina

al gioco del Lotto.

Risoluzione

a) L'ESTRATTO SEMPLICE O "AMBATA": qual è la probabilità di azzeccarlo?

Io gioco un numero, ad esempio il 44, e "spero che esca". I casi possibili sono
le cinquine non ordinate costruibili coi 90 numeri 1, 2, … , 90, cioè $\binom{90}{5} = 43949268$

e i casi favorevoli sono tanti quante le cinquine che contengono il 44.

Ma queste sono tante quante le quaterne costruibili utilizzando gli 89 numeri rimanenti, cioè $\binom{89}{4}$.

La probabilità richiesta è pertanto $\dfrac{\binom{89}{4}}{\binom{90}{5}} = \dfrac{1}{18}$

b) L' AMBO: qual è la probabilità di azzeccarlo?

Io gioco 2 numeri, ad esempio il 44 e il 55, e "spero che escano".

I casi possibili sono le cinquine non ordinate costruibili coi 90 numeri 1, 2, … , 90, cioè $\binom{90}{5}$

e i casi favorevoli sono tanti quante le cinquine che contengono il 44 e il 55.

Esse sono tante quante le terne costruibili utilizzando gli 88 numeri rimanenti, cioè $\binom{88}{3}$.

La probabilità richiesta è pertanto $\dfrac{\binom{88}{3}}{\binom{90}{5}} = \dfrac{2}{801} \approx 0,0025$

c) IL TERNO: qual è la probabilità di azzeccarlo?

Vuoi un suggerimento? Come utile ESERCIZIO,
cerca di rispondere per conto tuo, non limitarti a leggere!!!

Io gioco 3 numeri, ad esempio il 44, il 55 e il 66, e "spero che escano".

I casi possibili sono le cinquine non ordinate costruibili coi 90 numeri 1, 2, … , 90, cioè $\binom{90}{5}$

e i casi favorevoli sono tanti quante le cinquine che contengono il 44, il 55 e il 66.

Esse sono tante quante le coppie costruibili utilizzando gli 87 numeri rimanenti, cioè $\binom{87}{2}$.

La probabilità richiesta è pertanto $\binom{87}{2}\Big/\binom{90}{5} = \dfrac{1}{11748} \approx 0{,}000085$

d) LA QUATERNA: qual è la probabilità di azzeccarla?
Determinala tu … la risposta è nel prospetto qui sotto, la risoluzione si trova a pagina 41

e) LA CINQUINA: qual è la probabilità di azzeccarla?
Determinala tu … la risposta è nel prospetto qui sotto, la risoluzione si trova a pagina 41

Notare come il lotto sia un gioco MOLTO "iniquo"!
A fronte delle probabilità sopra calcolate, lo Stato restituisce soltanto:

- **per l' "estratto semplice": 11,232 volte la cifra giocata;**
- **per l'ambo 250 volte,**
- **per il terno 4500 volte,**
- **per la quaterna 120000 volte,**
- **per la cinquina 6000000 di volte.**

Quando gioco la combinazione:	*ho una probabilità di vincere di*	*ma, in caso di vincita, mi viene pagata soltanto una cifra uguale alla posta giocata moltiplicata per*
estratto semplice	1/18 (quindi, diciamo che se giocassi ripetutamente, **a lungo andare** vincerei **in media all'incirca** 1 volta ogni 18 giocate)	11,232
ambo	2/801 (circa 1/400)	250
terno	1/11748	4500
quaterna	1/511038	120000
cinquina	1/43949268	6000000

LOTTO = GIOCO INIQUO!
Ha senso giocare solo se si giocano piccolissime somme di denaro su combinazioni difficili, con la quasi certezza di perdere ma con la remota speranza di vincere grosse cifre.
L'emozione di un sogno milionario può giustificare una MINIMA cifra giocata, e quasi certamente persa.

Lo Stato *desidera ardentemente* (e cinicamente) che le persone continuino a versare quell'"*imposta spontanea*" che è il gioco del Lotto.
E così gli ingenui si privano dei loro sudati denari ☹
attraverso lo specchio per le allodole dei "giochi iniqui" →

Se clicchi QUI ⇨ potrai divertirti con una
SIMULAZIONE DEL GIOCO DEL LOTTO SU DATI REALI.
Un foglio elettronico ti darà la possibilità di immedesimarti in una persona che si sia intestardita a fare tantissime giocate, sulla ruota di Bari, dal 1939 fino al 2010.
Prova pure fin che vuoi, tanto è una simulazione e non ci rimetti niente!
ALLA FINE, POTRAI RENDERTI CONTO
DI QUANTO HAI RISPARMIATO … NON GIOCANDO.

Il SUPERENALOTTO e il calcolo delle probabilità

COME SI GIOCA AL SUPERENALOTTO
Si giocano 6 numeri, scegliendoli fra

1, 2, 3, 4, … , 89, 90

e si spera che i 6 numeri scelti coincidano, tutti o in parte,
coi numeri della sestina che verrà estratta: la “SESTINA VINCENTE”
(in essa è del tutto irrilevante l’ordine di estrazione;
viene poi estratto un settimo numero, il cosiddetto “numero jolly”).

Supponiamo, per fissare le idee, che l’esito dell’estrazione sia

56 21 11 89 35 18 + “numero jolly” 40

Se io ho giocato, tanto per dire, la sestina 4 18 29 56 81 89, ho fatto “tre”.
Se avessi giocato la sestina 11 18 21 35 39 56, avrei fatto “cinque”.
Se avessi giocato la sestina 11 18 21 35 40 56, avrei fatto “cinque+1”.

BEN DIVERSO, dunque, il discorso, rispetto al gioco del Lotto!

- **Esempio 12**
  Calcolare la probabilità di fare
  “6”; “5”; “4”; “3”; “5+1”
  giocando una determinata sestina al Superenalotto

Risoluzione

a) IL “6”: qual è la probabilità di fare “6” al Superenalotto?

Io gioco una sestina, ad esempio 10, 20, 30, 40, 50, 60, e “spero che esca”.
I casi possibili sono le sestine non ordinate costruibili coi 90 numeri 1, 2, … , 90, cioè
$\binom{90}{6} = 622614630$
e si ha 1 solo caso favorevole.

La probabilità richiesta è pertanto $\dfrac{1}{\binom{90}{6}} = 1/622614630$

b) IL “5”: qual è la probabilità di fare “5”?

Io gioco una sestina, ad esempio 10, 20, 30, 40, 50, 60,
e “spero che nella sestina vincente ci siano 5 fra i miei 6 numeri”.

I casi possibili sono le sestine non ordinate costruibili coi 90 numeri 1, 2, … , 90, cioè $\binom{90}{6}$

mentre i casi favorevoli sono tanti quante le sestine costruibili utilizzando
5 fra i miei 6 numeri, insieme con 1 degli 84 numeri che non ho giocato.

Esse sono $\binom{6}{5} \cdot 84 = 6 \cdot 84$

La probabilità richiesta è pertanto $\dfrac{6 \cdot 84}{\binom{90}{6}} \approx 0,0000008$.

OSSERVAZIONE

Per la precisione, la probabilità da noi appena calcolata non tiene conto del famoso “7° estratto”, quello che può permettere, a chi abbia fatto “5”, di realizzare eventualmente il cosiddetto “5+1”.
Il valore da noi determinato rappresenta perciò la probabilità di fare “5 oppure 5+1”,
e la probabilità di fare “5-e-basta” andrà ricalcolata sottraendo, da tale valore,
la piccolissima probabilità di fare “5+1” (di cui ci occuperemo alla fine di questo paragrafo).

c) IL “4”: qual è la probabilità di fare “4”?

Vuoi un suggerimento?
Per utile ESERCIZIO, prosegui ora per conto tuo, non limitarti a leggere!!!

Io gioco una sestina, ad esempio 10, 20, 30, 40, 50, 60,
e “spero che nella sestina vincente ci siano 4 fra i miei numeri”.

I casi possibili sono le sestine non ordinate costruibili coi 90 numeri 1, 2, … , 90, cioè $\binom{90}{6}$;

i casi favorevoli sono tanti quante le sestine costruibili utilizzando
4 fra i miei 6 numeri, insieme con 2 degli 84 numeri rimanenti. Esse sono $\binom{6}{4}\cdot\binom{84}{2}$.

Infatti $\binom{6}{4}$ è il numero dei modi in cui, fra i miei 6 numeri, posso sceglierne 4,

e $\binom{84}{2}$ è il numero dei modi in cui, fra gli 84 numeri che non ho giocato, posso sceglierne 2.

La probabilità richiesta è pertanto $\dfrac{\binom{6}{4}\cdot\binom{84}{2}}{\binom{90}{6}} \approx 0{,}000084$.

d) IL “3”: qual è la probabilità di fare “3”?

Pensaci, poi vai a vedere il risultato a pagina 41.

Come si è visto,
la struttura combinatorio-probabilistica del Superenalotto
è completamente diversa da quella del Lotto.
Ad esempio, un “tre” al Superenalotto
non ha assolutamente nulla a che fare con un “terno al Lotto”:
si tratta di situazioni del tutto diverse.

In quanto all’equità o iniquità del Superenalotto,
la valutazione è un po’ più elaborata rispetto a quella fatta per il Lotto,
in quanto il premio in caso di vincita non si ottiene, come nel caso del Lotto,
moltiplicando la cifra impegnata per un dato fattore
(dipendente dal tipo di combinazione giocata),
ma è invece il frutto della ripartizione di un “monte-premi”
- variabile di settimana in settimana -
fra i vari giocatori che hanno azzeccato le varie combinazioni.

Lo studente, a questo punto, potrà facilmente approfondire la questione giungendo a concludere come prima:

Può aver senso giocare solo se si giocano ***piccolissime cifre****,*
con la quasi certezza di perdere ma con la remota speranza di vincere milioni di euro.

Lo “sfizio” di avere in tasca 1 possibilità su 622 milioni
di aggiudicarsi il favoloso jack-pot
può valere (forse) la piccola cifra della giocata.

Ma chi gioca centinaia o anche solo decine di euro
al Superenalotto,
così come al Lotto,
incrementa soltanto le entrate di quella che è stata chiamata,
con tutte le ragioni, la **“TASSA SUGLI IMBECILLI”.**

Ferma restando questa raccomandazione,
le due pagine successive sono dedicate a studiare la probabilità di azzeccare il “5+1”.

e) IL "5+1": qual è la probabilità di realizzarlo?

Andiamo ora a valutare la PROBABILITÀ DI AZZECCARE IL "5+1".

In questo caso, i casi possibili non sono più costituiti da sestine, ma
(ci concediamo una licenza linguistica, inventando un vocabolo che nel dizionario italiano non c'è)
da … "**settimine**"!

In relazione al "5+1", infatti, interessano:

- non solo i 6 numeri estratti per primi, per i quali non è rilevante l'ordine di estrazione
- ma anche, questa volta, il 7° numero estratto, il cosiddetto "numero jolly",
  quello che può consentire, a chi abbia eventualmente fatto "5", di realizzare il "5+1".

Spieghiamoci nel dettaglio.
Avevamo già fatto un esempio:
se i primi 6 numeri estratti sono

56 21 11 89 35 18

e il 7° numero estratto, il famoso "numero jolly", è
40,
allora una persona che abbia giocato la sestina

11 18 21 35 40 56

realizza il "5+1"
perché 5 fra i 6 numeri giocati stanno anche nella sestina vincente,
e inoltre il rimanente, pur non stando nella sestina vincente, coincide col "numero-jolly".

I casi possibili, dicevamo, **non sono delle sestine ma delle "settimine".**
Sono però "settimine" strane, perché non sono
né "completamente ordinate" né "completamente non ordinate".

Le settimine a cui dobbiamo pensare sono composte da:
6 elementi di cui non conta l'ordine ma solo l'individualità;
più un settimo elemento (il "jolly"),
di cui conta invece il fatto che è proprio il settimo numero estratto.

In definitiva, le settimine POSSIBILI, quante sono?

Quanti sono i possibili esiti dell'estrazione dei fatidici 6+1 numeri?

Questi esiti sono tanti quanti sono i modi di scegliere (non importa l'ordine)
6 numeri fra i 90 disponibili,
PIU' un settimo numero fra gli 84 rimanenti.

E questa doppia scelta può essere effettuata in $\binom{90}{6}\cdot 84$ modi.

Dunque il numero delle settimine possibili è $\binom{90}{6}\cdot 84$.

E quante sono ora le settimine a me FAVOREVOLI in vista del "5+1",
se ho compilato una schedina scegliendo 6 particolari numeri di mio gradimento?

Con la mia giocata, io farò "5+1" se uscirà una "settimina" composta:

- da 6 termini iniziali (quelli di cui non importa l'ordine) costituiti
  da 5 fra i 6 numeri da me scelti,
  insieme con un numero che sta fra gli 84 numeri da me NON scelti
- e da un numero finale, coincidente col numero rimanente della mia sestina.

Ma di settimine siffatte ce ne sono $\binom{6}{5}\cdot 84\cdot 1$.

Pertanto la **probabilità di fare "5+1"** è data dal numero

$$p("5+1")=\frac{\binom{6}{5}\cdot 84\cdot 1}{\binom{90}{6}\cdot 84}=\frac{6}{\binom{90}{6}}=\frac{6}{622614630}\approx 0,00000001$$

In alternativa,
possiamo **cambiare completamente punto di vista** e **immaginare**
(tanto nulla cambierebbe, evidentemente, per quanto concerne le probabilità) **che la "settimina" composta dai 6 numeri vincenti (dei quali non conta l'ordine di estrazione) + il numero jolly sia già stata estratta, ma tenuta segreta. Essa è quella che è; si trova lì, in un cassetto.**

Noi a questo punto giochiamo una sestina, quindi
i casi possibili diventano … le sestine che NOI possiamo divertirci a inventare,
il cui numero è ovviamente $\binom{90}{6} = 622614630$

e i casi favorevoli al "5+1" diventano quelle sestine ricavabili prendendo la settimina segreta, togliendole un numero qualsiasi dal gruppo dei primi 6
e sostituendolo col "numero jolly", ossia con l'ultimo termine della settimina.

I casi favorevoli sono allora 6, e la probabilità è $p("5+1") = \frac{6}{\binom{90}{6}} = \frac{6}{622614630} \approx 0,00000001$

Questo modo alternativo di procedere appare molto più semplice del precedente,
ma richiede, appunto, di cambiare completamente prospettiva:

♪ mentre quando si erano valutate le probabilità di totalizzare "6", "5", "4" e "3"
si pensava ai casi possibili e ai casi favorevoli ponendosi idealmente
ACCANTO ALL'URNA,
ossia si pensava alle
SESTINE CHE POTEVANO ESSERE ESTRATTE

♫ invece qui si pensa ai casi possibili e ai casi favorevoli ponendosi idealmente
ACCANTO ALLA PERSONA CHE SCRIVE SULLA SCHEDINA,
vale a dire si pensa alle
SESTINE CHE POSSONO ESSERE GIOCATE.

RAGIONARE IN MODI ALTERNATIVI

Ecco un altro esempio di problema sul C.C. per il quale esistono due possibilità di approccio differenti.
Se fra i 40 biglietti di una lotteria organizzata per gioco da una compagnia di ragazzini 7 sono vincenti, e una persona acquista 2 biglietti, che probabilità c'è che siano entrambi vincenti?

♪ **Se mi pongo dal punto di vista della persona che compra i biglietti**,
immaginando che i 7 vincenti siano già stati estratti, o comunque fissati, *fin dall'inizio*, avrò che
i casi equipossibili sono tanti, quante le possibilità, fra i 40 biglietti esistenti, di sceglierne 2, quindi $\binom{40}{2}$
e i casi favorevoli saranno le coppie di biglietti costruibili utilizzando i soli 7 biglietti vincenti, ossia $\binom{7}{2}$.

Ragionando in questo modo, ottengo $p = \frac{\binom{7}{2}}{\binom{40}{2}} = \frac{\frac{7\cdot 6}{2!}}{\frac{40\cdot 39}{2!}} = \frac{7\cdot \cancel{6}^{\,3}}{{}_{20}\cancel{40}\cdot \cancel{39}_{13}} = \frac{7}{260} \approx 0,027$

♫ **Se invece mi pongo idealmente "accanto all'urna",** pensando che l'estrazione dei vincenti avvenga *dopo* che i biglietti sono stati venduti (è evidente che la probabilità in esame rimarrebbe la stessa di prima!)
allora potrò dire, da quest'altra prospettiva, che i casi possibili sono $\binom{40}{7}$ mentre i casi favorevoli
sono tanti quanti i gruppi di 7 biglietti ottenibili prendendo i 2 biglietti che la persona possiede,
e accostando loro 5 qualsiasi fra i 38 biglietti rimanenti: ora, tali gruppi sono in numero di $\binom{38}{5}$, da cui

$$p = \frac{\binom{38}{5}}{\binom{40}{7}} = \frac{\frac{\cancel{38\cdot 37\cdot 36\cdot 35\cdot 34}}{5!}}{\frac{40\cdot 39\cdot \cancel{38\cdot 37\cdot 36\cdot 35\cdot 34}}{7!}} = \frac{\frac{7!}{5!}}{40\cdot 39} = \frac{\frac{7\cdot 6\cdot \cancel{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}}{\cancel{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}}}{40\cdot 39} = \frac{7\cdot \cancel{6}^{\,3}}{{}_{20}\cancel{40}\cdot \cancel{39}_{13}} = \frac{7}{260} \approx 0,027$$

RISPOSTE agli esercizi di pag. 33

1) *Prova tu a determinare la probabilità, nel gioco del poker, di trovarsi servito:*
f) un full *g) un colore* *h) un poker* *i) una scala reale*

1f) probabilità del "full" servito a poker (32 carte): $p(\text{full}) = \dfrac{8\cdot\binom{4}{3}\cdot 7\cdot\binom{4}{2}}{\binom{32}{5}} = \dfrac{1344}{201376} \approx 0{,}0067\ \ (0{,}67\%)$

1g) probabilità del "colore" servito a poker (32 carte): $p(\text{colore}) = \dfrac{4\cdot\binom{8}{5}\overbrace{-4\cdot 5\cdot 1\cdot 1\cdot 1\cdot 1\cdot 1}^{\substack{\textit{per escludere}\\ \textit{le scale reali}}}}{\binom{32}{5}} \approx 0{,}0010\ \ (0{,}1\%)$

1h) probabilità del "poker" servito a poker (32 carte): $p(\text{poker}) = \dfrac{8\cdot\binom{4}{4}\cdot 7\cdot\binom{4}{1}}{\binom{32}{5}} = \dfrac{224}{201376} \approx 0{,}0011\ \ (0{,}11\%)$

1i) prob. della "scala reale" servita a poker (32 carte): $p(\text{sc. r.}) = 4\cdot\dfrac{5\cdot 1\cdot 1\cdot 1\cdot 1\cdot 1}{\binom{32}{5}} = \dfrac{20}{201376} \approx 0{,}0001\ \ (0{,}01\%)$

2) *E' vero che nel poker a 52 carte il colore servito" è più probabile del "full servito"?*
Sì, è vero:

$$p(\text{full servito nel poker con 52 carte}) = \frac{\binom{13}{1}\binom{4}{3}\binom{12}{1}\binom{4}{2}}{\binom{52}{5}} = \frac{3744}{2598960} \approx 0{,}0014\ \ (0{,}14\%)$$

$$p(\text{colore servito nel poker con 52 carte}) = \frac{4\binom{13}{5}\overbrace{-4\cdot 10}^{\substack{\textit{per escludere le 10}\\ \textit{possibili scale reali}\\ \textit{di ciascun seme}}}}{\binom{52}{5}} = \frac{5148-40}{2598960} = \frac{5108}{2598960} \approx 0{,}002\ \ (0{,}2\%)$$

SCHEMA RIASSUNTIVO delle probabilità dei vari giochi "serviti" al **poker con 32 carte**:		
Punto"servito"	*Numero casi favorevoli*	*Probabilità di avere quel punto "servito" (valore approssimato)*
Coppia	$8\cdot\binom{4}{2}\cdot\frac{28\cdot 24\cdot 20}{3!} = 107520$ opp. $8\cdot\binom{4}{2}\cdot\binom{7}{3}\cdot 4\cdot 4\cdot 4 = 107520$	53%
Doppia coppia	$\binom{8}{2}\cdot\binom{4}{2}\cdot\binom{4}{2}\cdot 6\cdot 4 = 24192$	12%
Tris	$8\cdot\binom{4}{3}\cdot\binom{7}{2}\cdot 4\cdot 4 = 10752$	5,3%
Scala (non reale)	$5\cdot 4\cdot 4\cdot 4\cdot 4\cdot 4 - 4\cdot 5 = 5100$	2,5%
Full	$8\cdot\binom{4}{3}\cdot 7\cdot\binom{4}{2} = 1344$	0,67%
Colore (ma non scala reale)	$4\cdot\binom{8}{5} - 4\cdot 5 = 204$	0,1%
Poker	$8\cdot 7\cdot 4 = 224$	0,11%
Scala reale	$4\cdot 5 = 20$	0,01%

OSSERVAZIONE
Le probabilità di cui ci stiamo occupando sono quelle del punto “SERVITO”,
ossia di avere quella determinata configurazione di carte ALL’INIZIO,
quando il mazziere, dopo aver mischiato, distribuisce (“serve”) 5 carte a ciascuno dei giocatori.
Un discorso più complicato sarebbe quello di determinare la probabilità che un giocatore
si ritrovi un determinato punto (per fare un esempio, il “full”) ALLA FINE,
dopo aver eventualmente cambiato alcune delle sue carte,
come il gioco del poker consente (una sola volta) di fare.

In tale discorso entrerebbero però in gioco considerazioni molto più complesse e di varia natura,
di cui non intendiamo in queste pagine occuparci.

3) *Calcola almeno alcune fra le probabilità dei vari punteggi serviti nel poker giocato con 52 carte*

Le probabilità di un gioco “servito” nel poker con 52 carte ($n°$ casi possibili $=\binom{52}{5}=2598960$):

Punto (*servito*)	*Numero casi favorevoli*	*Probabilità* (*valore approssimato*)
Coppia	1098240	42,26%
Doppia coppia	123552	4,75%
Tris	54912	2,11%
Scala	10200	0,39%
Full	3744	0,144%
Colore	5108	0,1965%
Poker	624	0,024%
Scala reale	40	0,00154%

RISOLUZIONE degli esercizi di pag. 35

probabilità della QUATERNA AL LOTTO =

$$=\frac{86}{\binom{90}{5}}=\frac{1}{511038}\approx 0,000002$$

probabilità della CINQUINA AL LOTTO =

$$=\frac{1}{\binom{90}{5}}=\frac{1}{43949268}\approx 0,000000023$$

RISPOSTA all’esercizio di pag. 37

$$\text{probabilità del "TRE" AL SUPERENALOTTO}=\frac{\binom{6}{3}\cdot\binom{84}{3}}{\binom{90}{6}}\approx 0,003$$

In America alone, *problem gambling* affects more than 15 million people.
More than 3 million of these are considered severe problem gamblers,
otherwise known as gambling addicts or pathological gamblers.

Problem gambling can strain your relationships,
interfere with responsibilities at home and work,
and lead to financial catastrophe.

It may even lead you to do things you never thought possible,
like stealing money to gamble or taking money meant for your children. …

Gambling addiction, also known as *compulsive gambling*, is a type of impulse-control disorder.

Compulsive gamblers can’t control the impulse to gamble,
even when they know their gambling is hurting themselves or their loved ones.

Gambling is all they can think about and all they want to do, no matter the consequences.

(dal sito www.helpguide.org, anno 2010)

Interessanti anche le riflessioni su QUESTO sito ⇨