## 7.4 - ESERCIZI

1) In uno "spazio degli eventi" U, un evento $E_1$ ha probabilità 0,25 di verificarsi.
Un secondo evento $E_2$ si verifica con probabilità 0,48.
I due eventi non possono verificarsi simultaneamente: uno esclude l'altro, sono incompatibili.
Determinare la probabilità degli eventi:
a) $E_1 \cup E_2$ b) $E_1 \cap E_2$ c) $\overline{E_1}$ d) $\overline{E_2}$ e) $\overline{E_1} \cup \overline{E_2}$ f) $\overline{E_1} \cap \overline{E_2}$

2) In uno "spazio degli eventi" U, un evento $E_1$ ha probabilità 0,25 di verificarsi.
Un secondo evento $E_2$ si verifica con probabilità 0,48.
I due eventi sono compatibili: c'è una probabilità uguale a 0,1 che si verifichino simultaneamente.
I) Determinare la probabilità degli eventi: a) $E_1 \cup E_2$ b) $E_1 \cap E_2$ c) $\overline{E_1} \cup \overline{E_2}$ d) $\overline{E_1} \cap \overline{E_2}$
II) Nel caso si verifichi $E_1$, la probabilità che si verifichi anche $E_2$ cambia o resta invariata?
III) Nel caso si verifichi $E_2$, che probabilità c'è che si verifichi anche $E_1$?

3) In uno "spazio degli eventi" U, un evento $E_1$ ha probabilità 0,5 di verificarsi.
Un secondo evento $E_2$ si verifica con probabilità 0,7;
ma qualora si verifichi $E_1$, la probabilità di $E_2$ scende a 0,4.
Determinare la probabilità che $E_1$ ed $E_2$ si verifichino simultaneamente.

4) A, B, C sono tre eventi, in uno stesso "insieme universo" U.
Conoscendo $p(\mathrm{A})=0,3;\ p(\mathrm{B})=0,4;\ p(\mathrm{C})=0,5;\ p(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})=p(\mathrm{A}\cap\mathrm{C})=p(\mathrm{B}\cap\mathrm{C})=0,08$
e sapendo che almeno uno dei tre eventi si deve certamente verificare, determina qual è
a) la probabilità che i tre eventi A, B, C si verifichino tutti e tre simultaneamente
b) la probabilità che si verifichino sia A che B, ma non C

5) Si lanciano due dadi. Ricordando che la probabilità che la somma dei due punteggi dia 8 è uguale a 5/36, determinare la probabilità dell'evento: "i due esiti sono uguali fra loro, oppure danno per somma 8"

6) Ricordando che nel lancio di due dadi, la probabilità massima per la somma dei due punteggi è 7 ( $p=6/36$ ) mentre le probabilità che la somma dei due punteggi valga 6 oppure 8 sono entrambe uguali a 5/36, determinare la probabilità che tale somma non valga né 6, né 7, né 8.

7) In un banco di beneficenza coi biglietti numerati da 100 a 999, sono vincenti i biglietti che portano un multiplo di 12, oppure un numero che abbia "0" come terza cifra, nonché tutti i numeri maggiori di 900.
Se acquisto un biglietto, che probabilità ho di perdere?

**RISPOSTE**

1) *a)* $p(E_1 \cup E_2) = p(E_1) + p(E_2) = 0,25 + 0,48 = 0,73$ (*eventi incompatibili* !) *b)* $p(E_1 \cap E_2) = 0$
*c)* $p\left(\overline{E_1}\right) = 1 - p(E_1) = 1 - 0,25 = 0,75$ *d)* $p\left(\overline{E_2}\right) = 1 - p(E_2) = 1 - 0,48 = 0,52$
*e)* $p\left(\overline{E_1} \cup \overline{E_2}\right) = p\left(\overline{E_1 \cap E_2}\right) = 1 - p(E_1 \cap E_2) = 1 - 0 = 1$ (*leggi di De Morgan*)
*f)* $p\left(\overline{E_1} \cap \overline{E_2}\right) = p\left(\overline{E_1 \cup E_2}\right) = 1 - p(E_1 \cup E_2) = 1 - 0,73 = 0,27$ (*leggi di De Morgan*)

2) I) a) $p(E_1 \cup E_2) = p(E_1) + p(E_2) - p(E_1 \cap E_2) = 0,25 + 0,48 - 0,10 = 0,63$ b) $p(E_1 \cap E_2) = 0,1$
c) $p\left(\overline{E_1} \cup \overline{E_2}\right) = p\left(\overline{E_1 \cap E_2}\right) = 1 - p(E_1 \cap E_2) = 1 - 0,1 = 0,9$ (*leggi di De Morgan*)
d) $p\left(\overline{E_1} \cap \overline{E_2}\right) = p\left(\overline{E_1 \cup E_2}\right) = 1 - p(E_1 \cup E_2) = 1 - 0,63 = 0,37$ (*leggi di De Morgan*)
II) $p(E_2 / E_1) = \dfrac{p(E_2 \cap E_1)}{p(E_1)} = \dfrac{p(E_1 \cap E_2)}{p(E_1)} = \dfrac{0,1}{0,25} = 0,4$. Cambia! III) $p(E_1 / E_2) = \dfrac{p(E_1 \cap E_2)}{p(E_2)} = \dfrac{0,1}{0,48} \approx 0,2$

3) $p(E_1 \cap E_2) = p(E_1) \cdot p(E_2 / E_1) = 0,5 \cdot 0,4 = 0,2$

4) a) $1 = p(\mathrm{A}\cup\mathrm{B}\cup\mathrm{C}) = p(\mathrm{A}) + p(\mathrm{B}) + p(\mathrm{C}) - p(\mathrm{A}\cap\mathrm{B}) - p(\mathrm{A}\cap\mathrm{C}) - p(\mathrm{B}\cap\mathrm{C}) + p(\mathrm{A}\cap\mathrm{B}\cap\mathrm{C})$ da cui
$p(\mathrm{A}\cap\mathrm{B}\cap\mathrm{C}) = p(\mathrm{A}\cup\mathrm{B}\cup\mathrm{C}) - p(\mathrm{A}) - p(\mathrm{B}) - p(\mathrm{C}) + p(\mathrm{A}\cap\mathrm{B}) + p(\mathrm{A}\cap\mathrm{C}) + p(\mathrm{B}\cap\mathrm{C}) = \ldots = 0,04$
b) $p((\mathrm{A}\cap\mathrm{B}) - \mathrm{C}) = p((\mathrm{A}\cap\mathrm{B}) - (\mathrm{A}\cap\mathrm{B}\cap\mathrm{C})) \underset{\text{NOTA}}{=} 0,08 - 0,04 = 0,04$ (NOTA: *dato che* $\mathrm{A}\cap\mathrm{B}\cap\mathrm{C} \subseteq \mathrm{A}\cap\mathrm{B}$)

5) $p(\mathrm{A}\cup\mathrm{B}) = p(\mathrm{A}) + p(\mathrm{B}) - p(\mathrm{A}\cap\mathrm{B}) = 6/36 + 5/36 - 1/36 = 10/36$ 6) $p = 1 - (6/36 + 5/36 + 5/36) = 20/36$

7) $\mathrm{M} = \{\textit{multipli di } 12 \textit{ fra } 100 \textit{ e } 999\}$; $\mathrm{Z} = \{\textit{numeri fra } 100 \textit{ e } 999 \textit{ con ultima cifra } 0\}$; $\mathrm{G} = \{\textit{numeri fra } 901 \textit{ e } 999\}$
$p(\mathrm{M}) = \dfrac{75}{900};\ p(\mathrm{Z}) = \dfrac{90}{900};\ p(\mathrm{G}) = \dfrac{99}{900};\ p(\mathrm{M}\cap\mathrm{Z}) = \dfrac{15}{900};\ p(\mathrm{M}\cap\mathrm{G}) = \dfrac{8}{900};\ p(\mathrm{Z}\cap\mathrm{G}) = \dfrac{9}{900};\ p(\mathrm{M}\cap\mathrm{Z}\cap\mathrm{G}) = \dfrac{1}{900}$
$p(\textit{vincere}) = p(\mathrm{M}\cup\mathrm{Z}\cup\mathrm{G}) = p(\mathrm{M}) + p(\mathrm{Z}) + p(\mathrm{G}) - p(\mathrm{M}\cap\mathrm{Z}) - p(\mathrm{M}\cap\mathrm{G}) - p(\mathrm{Z}\cap\mathrm{G}) + p(\mathrm{M}\cap\mathrm{Z}\cap\mathrm{G}) =$
$= \dfrac{75}{900} + \dfrac{90}{900} + \dfrac{99}{900} - \dfrac{15}{900} - \dfrac{8}{900} - \dfrac{9}{900} + \dfrac{1}{900} = \dfrac{233}{900};$ $p(\textit{perdere}) = p(\overline{\mathrm{M}\cup\mathrm{Z}\cup\mathrm{G}}) = 1 - p(\mathrm{M}\cup\mathrm{Z}\cup\mathrm{G}) = 1 - \dfrac{233}{900} = \dfrac{667}{900}$