

## 2.5 FLESSI DI UNA FUNZIONE

$x_0$  si dice "**punto di flesso**" per la funzione  $f(x)$  se, nel passaggio dalla sinistra alla destra dell'ascissa  $x_0$ , **il grafico della funzione attraversa la retta tangente** nel punto di ascissa  $x_0$ .

Più precisamente (vedi figure qui a fianco):

sia  $f$  definita in un intervallo,

sia  $x_0$  un punto interno a questo intervallo,

$f$  sia derivabile in  $x_0$  ed esista dunque la retta  $t$ , tangente al grafico nel punto  $(x_0, f(x_0))$ .

Se nel passaggio dalla sinistra alla destra dell'ascissa  $x_0$ , il grafico della funzione attraversa la tangente  $t$ , passando da sotto a sopra,

o da sopra a sotto rispetto ad essa,

allora si dice che  $x_0$  è un punto di flesso per la  $f$ .

Si parla di "**flesso ascendente**" quando la funzione passa "**da sotto a sopra**" rispetto alla tangente in  $x_0$  (figg. 8a, 8b), si parla di "**flesso discendente**" quando passa "**da sopra a sotto**" (8c, 8d).

Notare che in corrispondenza di un flesso ascendente

non è detto che la funzione, sia crescente:

potrebbe pure essere decrescente, come in fig. 8b.

Analogamente, nel caso di un flesso discendente,

la funzione potrà essere decrescente (fig. 8c)

ma anche crescente (fig. 8d).

### Flessi verticali

**Per estensione, si parla di "punto di flesso" anche quando il grafico è dotato di retta tangente verticale, purché però la funzione attraversi la tangente verticale con andamento "monotono" (crescente o decrescente); se infatti  $f$  non fosse monotona, il punto verrebbe chiamato "cuspidè" (vedi più avanti).**

Dovremo però in questo caso intenderci sull'uso degli aggettivi "ascendente" e "discendente", perché, se la retta tangente è verticale, rispetto ad essa non si può più parlare di "sotto" e di "sopra".

La questione viene risolta nel modo seguente:

se ritorniamo a considerare le precedenti figure

8a, 8b, 8c, 8d, possiamo osservare che

in corrispondenza dei flessi che in quel contesto avevamo chiamato "ascendenti",

la funzione presenta una transizione dalla "concavità"

(diciamo, per ora, molto "alla buona",

che la concavità è la "gobba verso l'alto")

alla "convessità"

(gobba verso il basso, parte cava verso l'alto).

Per analogia, parleremo allora di flesso "ascendente"

in casi come quello della figura 9a,

di flesso "discendente"

in situazioni come quella di figura 9b,

anche se questi aggettivi, a prima vista,

potrebbero suscitare perplessità.



fig. 8a

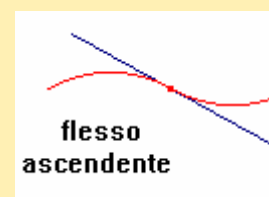


fig. 8b



fig. 8c

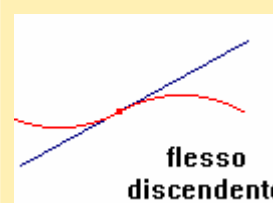
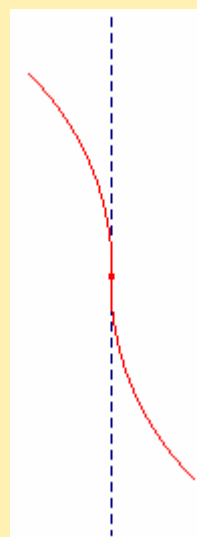
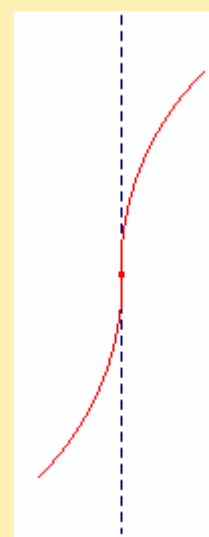


fig. 8d



**Flesso verticale ascendente**  
(sì, non sto sbagliando!  
**Dalla concavità alla convessità, quindi "ascendente"**)

fig. 9a



**Flesso verticale discendente**  
(sì, non sto sbagliando!  
**Dalla convessità alla concavità, quindi "discendente"**)

fig. 9b