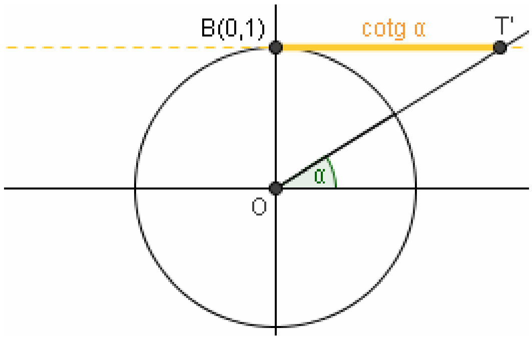
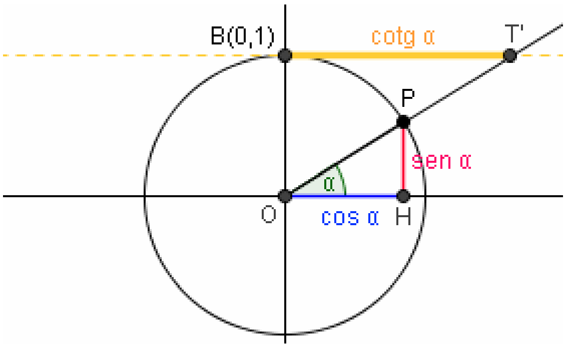
5. COTANGENTE DI UN ANGOLO

Ecco ora una quarta funzione goniometrica: la **cotangente**.
Nella circonferenza goniometrica, consideriamo il punto B che sta alla sommità e ha coordinate (0,1).
Per B tracciamo la retta "orizzontale" (= parallela all'asse *x*) e indichiamo con T ' il punto di intersezione fra tale retta e il raggio vettore di un dato angolo α (eventualmente, il suo prolungamento dalla parte dell'origine).

Si dice "cotangente di α" ($\text{cotg}\,\alpha$) l'ascissa del punto T', che è poi la misura (con segno) del segmento BT' in figura.

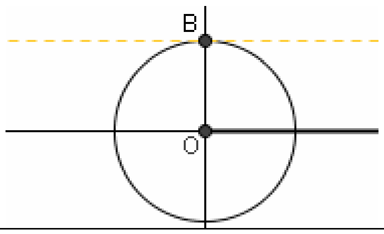
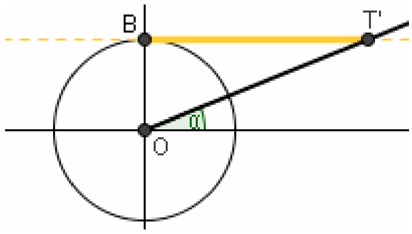
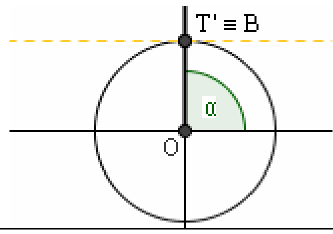
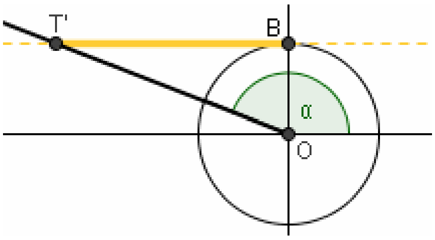
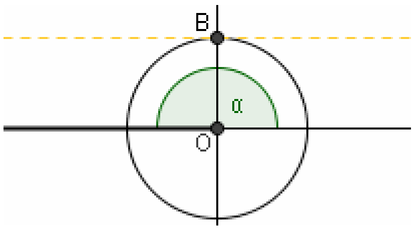
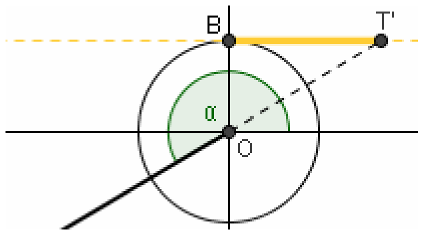
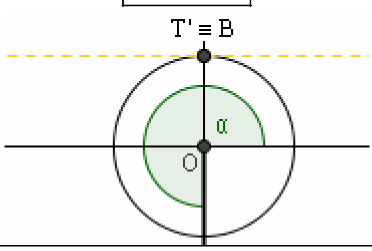
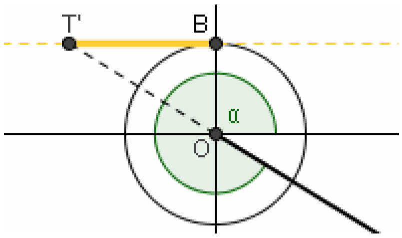
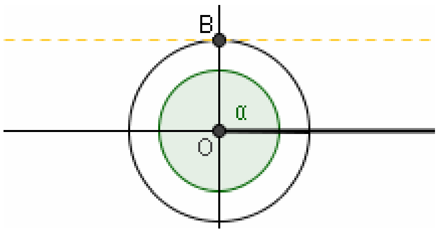




Dalla figura qui a fianco riportata si trae, per l'ovvia similitudine dei due triangoli rettangoli OBT', OHP, la proporzione $BT' : OB = OH : HP$
da cui $\text{cotg}\,\alpha : 1 = \cos\alpha : \text{sen}\,\alpha$ e infine

$$\boxed{\mathbf{cotg}\,\boldsymbol{\alpha} = \frac{\mathbf{cos}\,\boldsymbol{\alpha}}{\mathbf{sen}\,\boldsymbol{\alpha}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{tg}\,\boldsymbol{\alpha}}}$$

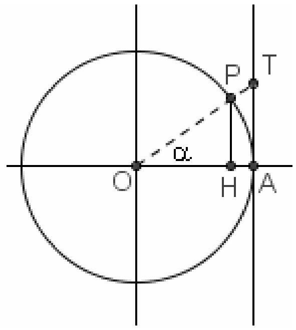
(**3ª RELAZIONE FONDAMENTALE DELLA TRIGONOMETRIA**)

Per $\boxed{\alpha = 0° \ (0 \text{ radianti})}$ $\boxed{\text{cotg}\,\alpha \ \text{ NON ESISTE}}$ 	Nel $\boxed{1° \text{ quadrante}}$ $\boxed{\text{cotg}\,\alpha > 0}$ 	Per $\boxed{\alpha = 90° \ (\pi/2 \text{ radianti})}$ $\boxed{\text{cotg}\,\alpha = 0}$ 
Nel $\boxed{2° \text{ quadrante}}$ $\boxed{\text{cotg}\,\alpha < 0}$ 	Per $\boxed{\alpha = 180° \ (\pi \text{ radianti})}$ $\boxed{\text{cotg}\,\alpha \ \text{ NON ESISTE}}$ 	Nel $\boxed{3° \text{ quadrante}}$ $\boxed{\text{cotg}\,\alpha > 0}$ 
Per $\boxed{\alpha = 270° \ (3\pi/2 \text{ radianti})}$ $\boxed{\text{cotg}\,\alpha = 0}$ 	Nel $\boxed{4° \text{ quadrante}}$ $\boxed{\text{cotg}\,\alpha > 0}$ 	… e per $\alpha = 360°$ accade come per $\alpha = 0°$: $\boxed{\text{cotg}\,\alpha \ \text{ NON ESISTE}}$ 

Poiché, per la 3ª Rel. Fond. della Trigonometria, cotangente e tangente sono reciproche l'una dell'altra, la cotangente non esiste (= va all'infinito) per tutti e soli gli angoli per i quali la tangente si annulla, e viceversa

Clicca QUI ⇨ per un ripasso della questione "1/0 non esiste ma, in un certo senso, 1/0 = infinito"

ESERCIZI

1) 

Sui lati del triangolo OAT nella circonferenza goniometrica in figura,
pianta le seguenti due bandierine:

$\boxed{tg\,\alpha}$ $\boxed{1}$

Invece sui lati di OPH pianta le bandierine:

$\boxed{sen\,\alpha}$ $\boxed{cos\,\alpha}$ $\boxed{1}$

Ora i due triangoli OHP, OAT sono "simili": cosa vuol dire?
Scrivi la proporzione fra i loro lati, che porta alla
"2^a relazione fondamentale della goniometria".

2) Fra gli angoli compresi fra 0° e 360°,
   a) quali sono quelli la cui tangente è <0?
   b) quali quelli la cui tangente non esiste?
   c) quali quelli la cui tangente è uguale a $+1$?
   d) e a -1?

3) Cosa si può dire della tangente degli angoli il cui coseno vale 0?

4) Secondo te, a "occhio" (fai un disegno!),
   l'angolo acuto la cui tangente goniometrica misura 4 è compreso:
   a) fra 50° e 60° ? b) fra 60° e 70° ? c) fra 70° e 80°?
   Servendoti di una macchinetta calcolatrice, stabilisci la misura di quell'angolo (in gradi e primi), poi trasformala in radianti (approssimando ai centesimi).

5) Disponendo di una macchinetta calcolatrice, calcola $tg\,54°$ senza però mai pigiare il tasto *tan*.

6) E' vero che $tg\,(90°-\alpha)=cotg\,\alpha$?

7) Elenca, nel "primo giro" ($0°\le\alpha\le 360°$), gli angoli α
   a) la cui cotangente vale 0
   b) la cui cotangente non esiste
   c) la cui cotangente è uguale alla tangente
   d) la cui cotangente è opposta alla tangente

RISPOSTE

2) a) sono gli angoli α tali che $90°<\alpha<180°$ e $270°<\alpha<360°$
   b) 90°, 270° c) 45°, 225° d) 135°, 315°

3) Quando il coseno di un angolo vale 0, la tangente di quell'angolo non esiste.
   Questo si vede a partire dalla circonferenza goniometrica, o anche dalla 2^a Relazione Fondamentale:
   essa ci dice che $tg\,\alpha = sen\,\alpha / cos\,\alpha$, e quando il denominatore è 0 una frazione non è definita.

4) c) $\approx 75°\,58'$; ≈ 1.33 radianti

5) Basta fare $sen\,54°/cos\,54°$. Si ottiene ≈ 1.376

6) Sì, è vero. Lo si può desumere facendo un disegno oppure con la catena
   $tg\,(90°-\alpha)=sen\,(90°-\alpha)/cos\,(90°-\alpha)=cos\,\alpha/sen\,\alpha=1/(sen\,\alpha/cos\,\alpha)=1/tg\,\alpha=cotg\,\alpha$

7) a) 90°, 270° b) 0°, 360° c) 45°, 135°, 225°, 315° d) nessuno!