

## 16. NOTA UNA FUNZIONE GONIOMETRICA, RISALIRE ALL'ARCO

Se si sa che  $\operatorname{sen} x = \frac{1}{2}$ , allora si deduce che l'arco  $x$  può valere (nel solo "1° giro")  $\frac{\pi}{6}$  (30°) oppure  $\frac{5}{6}\pi$  (150°);  
volendo indicare anche i valori dell'arco fuori dal "1° giro", si scriverebbe  $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \vee x = \frac{5}{6}\pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

Supponiamo ora di sapere che  $\operatorname{sen} x = \frac{1}{7}$ .

Il valore  $1/7$  non è "particolare", nel senso che non corrisponde a nessuno fra gli archi "notevoli" studiati.

Bene: per indicare quegli archi il cui seno è  $\frac{1}{7}$  si utilizza la scrittura  $\operatorname{arc} \operatorname{sen} \frac{1}{7}$ , che si legge "arco seno di  $\frac{1}{7}$ ",

ma - **ATTENZIONE ATTENZIONE!** - la si utilizza in un modo molto speciale, perché tale scrittura, convenzionalmente, NON sta a indicare TUTTI gli infiniti archi che hanno seno  $1/7$ , bensì, fra tutti quegli infiniti archi, ne indica UNO SOLO, e precisamente QUELLO CHE È PIÙ "SPONTANEO" CONSIDERARE, PERCHÉ HA IL SUO ESTREMO NEL 1° QUADRANTE (vale circa 8°).

Allora gli archi soluzione dell'equazione  $\operatorname{sen} x = \frac{1}{7}$  saranno:

- $\operatorname{arc} \operatorname{sen} \frac{1}{7}$  (in gradi, circa 8°) e  $\pi - \operatorname{arc} \operatorname{sen} \frac{1}{7}$  (circa 172°) se ci limitiamo al primo giro;
- $\operatorname{arc} \operatorname{sen} \frac{1}{7} + 2k\pi \vee \pi - \operatorname{arc} \operatorname{sen} \frac{1}{7} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$  se vogliamo indicare tutti gli infiniti archi con seno  $1/7$ , anche al di fuori dei confini del 1° giro.

In generale:

la scrittura  $\operatorname{arc} \operatorname{sen} q$  si legge "arco seno di  $q$ " e significa  
"quell'arco, il cui seno è  $q$ , e che è compreso fra  $-\frac{\pi}{2}$  e  $\frac{\pi}{2}$ "

Ovviamente, la scrittura  $\operatorname{arc} \operatorname{sen} q$  ha significato se e solo se  $q$  è un numero reale compreso fra  $-1$  e  $1$  ( $-1 \leq q \leq 1$ )

la scrittura  $\operatorname{arc} \operatorname{cos} q$  si legge "arco coseno di  $q$ " e significa  
"quell'arco, il cui coseno è  $q$ , e che è compreso fra  $0$  e  $\pi$ "

Ovviamente, la scrittura  $\operatorname{arc} \operatorname{cos} q$  ha significato se e solo se  $q$  è un numero reale compreso fra  $-1$  e  $1$  ( $-1 \leq q \leq 1$ ).

la scrittura  $\operatorname{arc} \operatorname{tg} q$  si legge "arco tangente di  $q$ " e significa  
"quell'arco, la cui tangente è  $q$ , e che è compreso fra  $-\frac{\pi}{2}$  e  $\frac{\pi}{2}$ "

La scrittura  $\operatorname{arctg} q$  ha significato per qualsiasi valore di  $q$ .

la scrittura  $\operatorname{arc} \operatorname{cotg} q$  si legge "arco cotangente di  $q$ " e significa  
"quell'arco, la cui cotangente è  $q$ , e che è compreso fra  $0$  e  $\pi$ "

La scrittura  $\operatorname{arc} \operatorname{cotg} q$  ha significato per qualsiasi valore di  $q$ .

<b>E</b>	$\operatorname{arc} \operatorname{sen} \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi}{3}$	$\operatorname{arc} \operatorname{sen} \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = -\frac{\pi}{3}$	$\operatorname{arc} \operatorname{cos} \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi}{6}$	$\operatorname{arc} \operatorname{cos} \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{5}{6}\pi$
<b>S</b>				
<b>E</b>	$\operatorname{arctg} 1 = \frac{\pi}{4}$	$\operatorname{arctg} (-1) = -\frac{\pi}{4}$	$\operatorname{arc} \operatorname{cotg} \sqrt{3} = \frac{\pi}{6}$	$\operatorname{arc} \operatorname{cotg} (-\sqrt{3}) = \frac{5}{6}\pi$
<b>M</b>				
<b>P</b>	$\operatorname{arc} \operatorname{sen} 0.8 = 0,927295... (1)$	$\operatorname{arc} \operatorname{cos} (-1) = \pi$	$\operatorname{arctg} 0 = 0$	$\operatorname{arctg} 5 = 1.37340... (2)$
<b>I</b>	(1) Espresso in gradi, questo arco è di poco più di 53° (2) Questo valore corrisponde a poco meno di 79°			

$\operatorname{arc} \operatorname{sen}$ ,  $\operatorname{arc} \operatorname{cos}$ ,  $\operatorname{arc} \operatorname{tg}$ ,  $\operatorname{arc} \operatorname{cotg}$  sono delle vere e proprie "funzioni", anzi si possono considerare come le funzioni INVERSE delle quattro funzioni goniometriche.

**AVVERTENZA** - I valori delle funzioni  $\operatorname{arc} \operatorname{sen}$ ,  $\operatorname{arc} \operatorname{cos}$ ,  $\operatorname{arc} \operatorname{tg}$ ,  $\operatorname{arc} \operatorname{cotg}$  vanno sempre espressi in RADIANTI e non in gradi.

Quindi sarebbe sbagliato scrivere, ad es., che  $\operatorname{arc} \operatorname{sen} 0.8 \approx 53^\circ$ ;

è invece corretto scrivere  $\operatorname{arc} \operatorname{sen} 0.8 \approx 0.927$

ed eventualmente poi osservare che l'arco di  $0.927$  radianti corrisponde circa a  $53^\circ$ .

**PROPRIETA'** - Dalle definizioni poste, segue in modo ovvio

$$\begin{aligned} \operatorname{arc} \operatorname{sen} (-q) &= -\operatorname{arc} \operatorname{sen} q & \operatorname{arctg} (-q) &= -\operatorname{arctg} q \\ \operatorname{arc} \operatorname{cos} (-q) &= \pi - \operatorname{arc} \operatorname{cos} q & \operatorname{arc} \operatorname{cotg} (-q) &= \pi - \operatorname{arc} \operatorname{cotg} q \end{aligned}$$