NUMERI IN BASE DIVERSA DA DIECI

1. MODI ALTERNATIVI DI CONTARE

Se storicamente si è affermata la consuetudine di privilegiare il numero **dieci** come **base del calcolo**, ciò è senza dubbio dovuto al fatto che - di norma - ogni persona nelle sue mani ha *dieci* dita.

Quando scriviamo, ad es., **il numero 1971, noi ci serviamo di una notazione "posizionale in base dieci"** ("posizionale" nel senso che il valore di ogni cifra dipende dalla *posizione* che essa occupa).

- L'ultima cifra a destra rappresenta le unità,
- la penultima i gruppi di dieci (decine),
- la terzultima le decine di decine (centinaia),
- la quartultima le decine di decine di decine (migliaia)
- … e così via.

1	9	7	1
decine di decine di decine *o migliaia*	**decine di decine** *o centinaia*	**decine**	**unità**

Una popolazione nella quale le persone avessero otto dita anziché dieci,
tenderebbe probabilmente ad elaborare un sistema di **numerazione in base otto**,
nel quale **le cifre andrebbero da 0 fino a 7**,
e la sequenza dei numeri naturali verrebbe scritta nel modo seguente:

I NUMERI NATURALI SCRITTI IN BASE OTTO

0 **zero**
1 **uno**
2 **due**
3 **tre**
4 **quattro**
5 **cinque**
6 **sei**
7 **sette**
10 **otto (1 ottina, 0 unità)**
11 **nove (1 ottina, 1 unità)**
12 **dieci (1 ottina, 2 unità)**
13 **undici (1 ottina, 3 unità)**
14 **dodici (1 ottina, 4 unità)**
15 **tredici (1 ottina, 5 unità)**
16 **quattordici (1 ottina, 6 unità)**
17 **quindici (1 ottina, 7 unità)**
20 **sedici (2 ottine, 0 unità)**
21 **diciassette (2 ottine, 1 unità)**
22 **diciotto (2 ottine, 2 unità)**
... **...**
77 **sessantatre (sette ottine, sette unità)**
100 **sessantaquattro (una ottina di ottine o sessantaquattrina, zero ottine, zero unità)**
101 **sessantacinque (una sessantaquattrina, zero ottine, una unità)**
102 **sessantasei (una sessantaquattrina, zero ottine, due unità)**
... **...**

Ad esempio, la scrittura 2067, nel sistema in base otto, significherebbe

2	0	6	7
ottine di ottine di ottine *o "cinquecento-dodicine"*	**ottine di ottine** *o "sessanta-quattrine"*	**ottine**	**unità**

… quindi indicherebbe
(tornando per comodità alla nostra abituale notazione in base dieci)
il numero

$$\boxed{2}\cdot \underset{8^3}{\mathbf{512}}+\boxed{0}\cdot \underset{8^2}{\mathbf{64}}+\boxed{6}\cdot \underset{8^1}{\mathbf{8}}+\boxed{7}\cdot \underset{8^0}{\mathbf{1}} =$$
$$= 1024 + 0 + 48 + 7 = \mathbf{1079}$$

Insomma,

$(\mathbf{2067})_{\mathbf{otto}} = (\mathbf{1079})_{\mathbf{dieci}}$ (leggi: "due-zero-sei-sette in base otto UGUALE uno-zero-sette-nove in base dieci")

Come si rappresenteranno, allora, i numeri in **BASE TRE**?
Le cifre saranno esclusivamente 0, 1 e 2 (NOTA);

- **l'ultima cifra a destra rappresenterà le unità,**
- **la penultima i gruppi di tre (terne),**
- **la terzultima le terne di terne (gruppi di nove),**
- **la quartultima le terne di terne di terne (gruppi di ventisette)**
- **… e così via;**

NOTA:
la cifra più alta sarà 2,
cioè 1 in meno della base!
Pensa: nella abituale base dieci,
la cifra più alta è 9, perché,
quando si arriva a dieci oggetti,
li si pensa come 1 decina più 0 unità!

la scrittura 120111 (tanto per fare un esempio) **significherà**

$$(\mathbf{120111})_{\mathbf{tre}} = \boxed{1}\cdot \underset{3^5}{\mathbf{243}} + \boxed{2}\cdot \underset{3^4}{\mathbf{81}} + \boxed{0}\cdot \underset{3^3}{\mathbf{27}} + \boxed{1}\cdot \underset{3^2}{\mathbf{9}} + \boxed{1}\cdot \underset{3^1}{\mathbf{3}} + \boxed{1}\cdot \underset{3^0}{\mathbf{1}} = 243+162+9+3+1 = (\mathbf{418})_{\mathbf{dieci}}$$

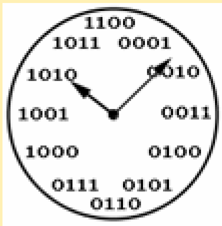
e la sequenza dei numeri naturali, in base tre, sarà

0 zero	**10** tre	**20** sei	**100** nove	**110** dodici	**120** quindici	**200** diciotto	**210** ventuno	**220** ventiquattro	**1000** ventisette
1 uno	**11** quattro	**21** sette	**101** dieci	**111** tredici	**121** sedici	**201** diciannove	**211** ventidue	**221** venticinque	**1001** ventotto
2 due	**12** cinque	**22** otto	**102** undici	**112** quattordici	**122** diciassette	**202** venti	**212** ventitre	**222** ventisei	**...** ...

♫ ATTIVITA' DIVERTENTE. Quattro compagni/e si mettono fianco a fianco, dando la schiena alla lavagna. Chi sta ultimo a destra - rispetto alla classe che guarda - conterà le unità, il penultimo le terne, chi lo precede le terne di terne, ecc. Ciascuno usa una mano sola, e di questa soltanto tre dita. Si fanno entrare le pecore (immaginarie ☺): una, un'altra, poi un'altra ancora … E questi pastori con tre dita le contano via via, alzando (o abbassando) le dita opportune. *Quando una persona dovrebbe alzare tutte e tre le dita, in realtà le chiude, incaricando chi lo precede di alzare un dito in più*. Ad esempio, dopo che sarà entrata l'undicesima pecora, il primo a sinistra non avrà alcun dito alzato, chi gli sta a fianco uno solo, il successivo nessuno, l'ultimo a destra due. La classe vedrà in quel momento il numero $(0102)_{tre}$, che corrisponde appunto all'*undici*.

E come si rappresenteranno i numeri in **BASE DUE** (**sistema BINARIO**, fondamentale per i *computer*)?
Le cifre saranno esclusivamente 0 e 1;

- **l'ultima cifra a destra rappresenterà le unità,**
- **la penultima i gruppi di due (coppie),**
- **la terzultima le coppie di coppie (gruppi di quattro),**
- **la quartultima le coppie di coppie di coppie (gruppi di otto)**
- **… e così via;**



Un orologio binario

la scrittura 1110100 significherà

$$(\mathbf{1110100})_{\mathbf{due}} = \boxed{1}\cdot \underset{2^6}{\mathbf{64}} + \boxed{1}\cdot \underset{2^5}{\mathbf{32}} + \boxed{1}\cdot \underset{2^4}{\mathbf{16}} + \boxed{0}\cdot \underset{2^3}{\mathbf{8}} + \boxed{1}\cdot \underset{2^2}{\mathbf{4}} + \boxed{0}\cdot \underset{2^1}{\mathbf{2}} + \boxed{0}\cdot \underset{2^0}{\mathbf{1}} = 64+32+16+0+4+0+0 = (\mathbf{116})_{\mathbf{dieci}}$$

… e la sequenza dei numeri naturali sarà:

0	zero
1	uno
10	due
11	tre
100	quattro
101	cinque
110	sei
111	sette
1000	otto
1001	nove
1010	dieci
1011	undici
1100	dodici
1101	tredici
1110	quattordici
1111	quindici
10000	sedici
10001	diciassette
...	...

ESERCIZI (risultati a pag. 419)

a) Trasforma in base dieci:

1) $(2201)_{tre} = (\quad)_{dieci}$
2) $(2201)_{cinque} = (\quad)_{dieci}$
3) $(357)_{otto} = (\quad)_{dieci}$
4) $(11033)_{quattro} = (\quad)_{dieci}$
5) $(1100100)_{due} = (\quad)_{dieci}$
6) $(10000000000)_{due} = (\quad)_{dieci}$

b) Provaci, procedendo come credi:

7) $(538)_{dieci} = (\quad)_{cinque}$
8) $(64)_{dieci} = (\quad)_{otto}$
9) $(64)_{dieci} = (\quad)_{tre}$
10) $(31)_{dieci} = (\quad)_{tre}$
11) $(31)_{dieci} = (\quad)_{otto}$
12) $(40)_{dieci} = (\quad)_{due}$
13) $(64)_{dieci} = (\quad)_{quattro}$
14) $(64)_{dieci} = (\quad)_{due}$
15) $(31)_{dieci} = (\quad)_{quattro}$
16) $(31)_{dieci} = (\quad)_{due}$

c) Utilizza dieci come base intermedia:

17) $(212)_{tre} = (\quad)_{due}$
18) $(212)_{cinque} = (\quad)_{tre}$
19) $(10110111)_{due} = (\quad)_{otto}$
20) $(212)_{tre} = (\quad)_{cinque}$

2. TRASFORMAZIONE DALLA BASE DIECI A UN'ALTRA BASE

Come hai svolto, nella pagina precedente, l'esercizio

$(538)_{dieci} = (\qquad\qquad\qquad)_{cinque}$?

Suppongo che tu ti sia preparato uno specchietto delle potenze successive della base di arrivo, per poi ragionare pressappoco così:

5^0	1
5^1	5
5^2	25
5^3	125
5^4	625 che è già più grande di 538 !

c'è da esprimere il 538 come somma dei numeri 1, 5, 25, 125, …
ciascuno moltiplicato per una delle cifre 0, 1, 2, 3 o 4, *quindi*

- *Quante volte il 125 sta nel 538? Risposta: 4 volte; dunque* $538 = \underbrace{4 \cdot 125}_{500} + 38$
- *Ma anche il 38 andrà ora espresso utilizzando come "mattoni" le potenze di 5.*

  Nel 38, il 25 ci sta 1 volta; dunque $538 = \underbrace{4 \cdot 125}_{500} + \overbrace{\underbrace{1 \cdot 25}_{25} + 13}^{38}$
- *Poi, nell'13, il 5 ci sta 2 volte; dunque* $538 = \underbrace{4 \cdot 125}_{500} + \underbrace{1 \cdot 25}_{25} + \overbrace{\underbrace{2 \cdot 5}_{10} + 3}^{13}$
- *Perciò, in definitiva,* $\mathbf{(538)_{10}} = \boxed{\mathbf{4}} \cdot \underbrace{\mathbf{125}}_{\mathbf{5^3}} + \boxed{\mathbf{1}} \cdot \underbrace{\mathbf{25}}_{\mathbf{5^2}} + \boxed{\mathbf{2}} \cdot \underbrace{\mathbf{5}}_{\mathbf{5^1}} + \boxed{\mathbf{3}} \cdot \underbrace{\mathbf{1}}_{\mathbf{5^0}} = \mathbf{(4123)_5}$

Bene! Giustissimo!

C'è tuttavia **un secondo metodo** per effettuare queste trasformazioni dalla base dieci a un'altra base.

Per descriverlo, prendiamo sempre spunto dall'esempio di cui sopra: $(538)_{dieci} = (\qquad\qquad\qquad)_{cinque}$

Il metodo è il seguente:

- calcolo quoziente e resto della divisione $538:5 = \boxed{107}$ col resto di $\boxed{3}$
- calcolo quoziente e resto della divisione $107:5 = \boxed{21}$ col resto di $\boxed{2}$
- calcolo quoziente e resto della divisione $21:5 = \boxed{4}$ col resto di $\boxed{1}$
- calcolo quoziente e resto della divisione $4:5 = \boxed{0}$ col resto di $\boxed{4}$
- Avendo ottenuto un quoziente 0, mi fermo e trascrivo A RITROSO i resti via via ottenuti; ottengo 4123 che è, appunto, la codifica in base 5 del numero assegnato.

Per qual motivo il metodo funziona?

Riflettiamo.

Il 538 può essere suddiviso in tanti gruppetti di 5,
con eventualmente un resto (di 0, 1, 2, 3 o 4 unità).
Se andiamo a calcolare quoziente e resto della divisione 538:5,
il resto costituirà l'ultima cifra a destra, quella delle unità, del numero trasformato!

$538:5 = \boxed{107}$ col resto di $\boxed{3}$

Quindi, a parte quel resto di 3 unità, nel 538 sono contenute 107 cinquine.
Ora, queste 107 cinquine potranno essere riunite a loro volta in gruppi di 5;
in questo modo si otterranno le "venticinquine";
dunque facciamo il calcolo

$107:5 = \boxed{21}$ col resto di $\boxed{2}$

e stabiliamo così che le EFFETTIVE cinquine in gioco sono 2 (penultima cifra),
perché le altre 105 verranno invece utilizzate per comporre 21 "venticinquine".

Queste a loro volta …

Ormai le considerazioni fatte dovrebbero essere sufficienti a giustificare ciò che si diceva:
i resti via via ottenuti, se trascritti a ritroso, costituiranno le cifre del numero trasformato.

ESERCIZI - Puoi a questo punto riprendere gli esercizi 8 … 20 della pagina precedente
e svolgerli con questo efficace metodo delle divisioni successive e dei resti.

3. RICAPITOLAZIONE TEORICA, APPROFONDIMENTI

♥ **Quando si vuole rappresentare un numero intero N in una certa base b**
(essendo b un numero naturale maggiore o uguale a 2)
si utilizzano come cifre i numeri da 0 fino a $b-1$ e la rappresentazione è

$$\mathbf{N=\left(c_k c_{k-1} \ldots c_2 c_1 c_0\right)_b = c_k b^k + c_{k-1} b^{k-1} + \ldots + c_2 b^2 + c_1 b + c_0}$$

♥ **Che differenza c'è, a proposito, fra "numero" e "cifra"?**
Diciamo che "**cifra**" è un ***singolo* segno grafico, indicante un numero *intero***
(le sequenze di più cifre, opportunamente interpretate, indicano poi altri numeri).

❑ Nello studio dei numeri in base diversa da dieci, si scrivono catene come

$$(433)_{\text{cinque}} = \boxed{4}\cdot 5^2 + \boxed{3}\cdot 5^1 + \boxed{3}\cdot 5^0 = 4\cdot 25 + 3\cdot 5 + 3\cdot 1 = 100 + 15 + 3 = (118)_{\text{dieci}}$$

Bene: è importante osservare che in queste catene **i passaggi intermedi sono codificati nella consueta base dieci** (la base dieci, cioè, viene impiegata come "base ausiliaria con cui condurre il discorso"; si dice che funge da "meta-base").

❑ Anzi, si suole scrivere, per brevità, $(433)_5 = (118)_{10}$
con la medesima convenzione: **i numeri a destra in basso delle parentesi, indicanti la base di numerazione, sono sempre codificati in base dieci**.

4. IL SISTEMA ESADECIMALE, OSSIA: IN BASE SEDICI

Le cifre sono: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, $\underset{\text{dieci}}{\mathbf{A}}$, $\underset{\text{undici}}{\mathbf{B}}$, $\underset{\text{dodici}}{\mathbf{C}}$, $\underset{\text{tredici}}{\mathbf{D}}$, $\underset{\text{quattordici}}{\mathbf{E}}$, $\underset{\text{quindici}}{\mathbf{F}}$;

la scrittura $\mathbf{A3B}$, ad esempio, significa

$$(\mathbf{A3B})_{16} = \boxed{\mathbf{A}}\cdot \mathbf{16}^2 + \boxed{\mathbf{3}}\cdot \mathbf{16}^1 + \boxed{\mathbf{B}}\cdot \mathbf{16}^0 = 10\cdot 256 + 3\cdot 16 + 11\cdot 1 = 2560 + 48 + 11 = (\mathbf{2619})_{10}$$

La sequenza dei numeri naturali in esadecimale è la seguente:

0 *zero*
1 *uno*
2 *due*
3 *tre*
4 *quattro*
5 *cinque*
6 *sei*
7 *sette*
8 *otto*
9 *nove*
A *dieci*
B *undici*
C *dodici*
D *tredici*
E *quattordici*
F *quindici*
10 *sedici*
11 *diciassette*
12 *diciotto*
... ...

DA BINARIO A ESADECIMALE E VICEVERSA: UNA *SCORCIATOIA*

I sistemi di numerazione BINARIO ed anche ESADECIMALE occupano un ruolo IMPORTANTISSIMO nel mondo dei computer.

Esiste la possibilità di trasformare *rapidissimamente* un numero binario in esadecimale, o viceversa: illustriamola mediante un esempio.

Sia dato il numero binario $(10011110101)_2$.

Se vogliamo trasformarlo in esadecimale, ci basta separarne le cifre in blocchetti di quattro, a partire da destra:

0100 1111 0101 (lo 0 iniziale è stato aggiunto affinché tutti i blocchetti avessero esattamente 4 cifre).

A questo punto ciascun blocchetto potrà essere interpretato come un numero binario di quattro cifre, e un binario a quattro cifre può valere da un minimo di zero (0000) fino a un massimo di quindici (1111), perciò corrisponde ad una *cifra esadecimale*, da 0 a F.
Se dunque trasformiamo i blocchetti ottenuti ciascuno nella corrispondente cifra esadecimale, avremo:

$$\underbrace{0100}_{4}\ \underbrace{1111}_{F}\ \underbrace{0101}_{5}$$

dopodiché potremo constatare che è proprio

$(10011110101)_2 = (4F5)_{16}$ (verificalo trasformando ambo i membri in decimale!)

Si può dimostrare che il procedimento ha una validità del tutto generale.
Quindi, tanto per fare qualche altro esempio, si avrà pure

$(100000)_2 = (20)_{16}$ *in quanto* $100000 \to \underbrace{0010}_{2}\ \underbrace{0000}_{0}$

$(111100011)_2 = (1E3)_{16}$ *in quanto* $111100011 \to \underbrace{0001}_{1}\ \underbrace{1110}_{E}\ \underbrace{0011}_{3}$

$(A5)_{16} = (10100101)$ *in quanto* $A5 \to \underbrace{A}_{1010}\ \underbrace{5}_{0101}$; $(5A)_{16} = (1011010)$ *in quanto* $5A \to \underbrace{5}_{0101}\ \underbrace{A}_{1010}$

5. CENNI ALLE OPERAZIONI COI NUMERI IN BASE DIVERSA DA DIECI

ADDIZIONE

- Base cinque

$$\begin{array}{ccccc} & 1 & 1 & & \\ \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{3} & \mathbf{4} & + \\ \mathbf{2} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{3} & = \\ \hline \mathbf{3} & \mathbf{4} & \mathbf{0} & \mathbf{2} & \end{array}$$

Inizio dall'ultima colonna a destra, quella delle unità, e sommo 4+3;
ottengo sette, ma in base cinque la cifra corrispondente non esiste,
e il sette è visto come la somma di 1 cinquina + 2 unità,
quindi nel risultato scrivo 2 e riporto 1 cinquina.
Poi sulla colonna delle cinquine effettuo il calcolo 1+3+1, il cui risultato è cinque,
sennonché, di nuovo, in base cinque il cinque come cifra non esiste
e bisogna pensare a 0 col riporto di 1,
nel senso di 0 cinquine col riporto di 1 "cinquina di cinquine" (venticinquina).
Mi sposto sulla colonna delle venticinquine per il calcolo 1+2+1, che dà 4
analogamente, sulla colonna delle centoventicinquine, ottengo 1+2=3.

- Base due

$$\begin{array}{ccccccccc} & 1 & 1 & & & 1 & 1 & & \\ & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & + \\ & & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & = \\ \hline \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \end{array}$$

Ed ecco, qui a sinistra, un altro esempio,
questa volta con numeri binari.
Controlla l'esattezza del calcolo
trasformando in base dieci
addendi e risultato.

- Base sedici

$$\begin{array}{cccc} 1 & & & \\ \mathbf{4} & \mathbf{8} & \mathbf{9} & + \\ \mathbf{6} & \mathbf{8} & \mathbf{1} & = \\ \hline \mathbf{B} & \mathbf{0} & \mathbf{A} & \end{array} \qquad \begin{array}{ccccc} 1 & & 1 & & \\ & \mathbf{9} & \mathbf{8} & \mathbf{A} & + \\ & \mathbf{A} & \mathbf{3} & \mathbf{B} & = \\ \hline \mathbf{1} & \mathbf{3} & \mathbf{C} & \mathbf{5} & \end{array}$$

Per terminare,
due esempi
in esadecimale.

Ne approfitto per segnalarti che
se trovi, al posto della base, la sigla "hex",
significa che la base è sedici
("hex" sta per "hexadecimal"= esadecimale).
Es. $(489)_{hex}+(681)_{hex}=(\mathrm{B0A})_{hex}$

MOLTIPLICAZIONE

- Base tre

$$\begin{array}{cccccc} & & \mathbf{2} & \mathbf{1} & \mathbf{2} & \cdot \\ & & & \mathbf{1} & \mathbf{2} & = \\ \hline & \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \\ & \mathbf{2} & \mathbf{1} & \mathbf{2} & & \\ \hline \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{2} & \mathbf{1} & \end{array}$$

In base tre, abbiamo $2\cdot 2=quattro=11$ $(1\ unità\ \ col\ \ riporto\ \ di\ 1\ terna)$.
La "tabellina" della moltiplicazione in base tre è:

·	0	1	2
0	0	0	0
1	0	1	2
2	0	2	11

base tre

- Base due

$$\begin{array}{cccccccc} & & & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \cdot \\ & & & & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & = \\ \hline & & & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \\ & & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & & \\ & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & & & \\ \hline \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \end{array}$$

La tabellina
in base due
è la seguente:

·	0	1
0	0	0
1	0	1

base due

- Base sedici

$$\begin{array}{ccccc} & & \mathbf{3} & \mathbf{A} & \cdot \\ & & \mathbf{B} & \mathbf{2} & = \\ \hline & & \mathbf{7} & \mathbf{4} & \\ \mathbf{2} & \mathbf{7} & \mathbf{E} & & \\ \hline \mathbf{2} & \mathbf{8} & \mathbf{5} & \mathbf{4} & \end{array}$$

Controlla la correttezza
del calcolo qui a sinistra.
La tabellina in base sedici
è riportata alla successiva
pagina 419.

ESERCIZI (altri ne trovi alla pagina successiva):
non ti dico quali sono i risultati … controlla tu trasformando tutto, alla fine, in base dieci!

$(2012)_3+(112)_3$ $\quad (2012)_3\cdot(112)_3$ $\quad (133)_4+(23)_4$ $\quad (133)_4\cdot(23)_4$

$(1110)_2+(1011)_2$ $\quad (1110)_2\cdot(1011)_2$ $\quad (1\mathrm{D})_{16}+(39)_{16}$ $\quad (1\mathrm{D})_{16}\cdot(39)_{16}$

$(60)_7+(45)_7$ $\quad (60)_7\cdot(45)_7$ $\quad (44)_5+(33)_5$ $\quad (44)_5\cdot(33)_5$ $\quad (27)_8+(36)_8$ $\quad (27)_8\cdot(36)_8$

♣ **Un programma freeware per fulminee CONVERSIONI DI BASE (Numbers, di David Dirkse)** ⇨
♣ **CALCOLATRICE IN BINARIO, OTTALE, ESADECIMALE (Bitcalc, di Curt van den Heuvel)** ⇨

APPROFONDIMENTO: NUMERI CON LA VIRGOLA IN BASE DIVERSA DA DIECI ⇨

Ad esempio, è $(20,212)_3=2\cdot3^1+0\cdot3^0+2\cdot3^{-1}+1\cdot3^{-2}+2\cdot3^{-3}=2\cdot3+0\cdot1+2\cdot\frac{1}{3}+1\cdot\frac{1}{9}+2\cdot\frac{1}{27}=...$

6. ESERCIZI

RISULTATI degli esercizi iniziali (pag. 415) sulla conversione di base

1) $(73)_{dieci}$ 2) $(301)_{dieci}$ 3) $(239)_{dieci}$ 4) $(335)_{dieci}$ 5) $(100)_{dieci}$
6) $(1024)_{dieci}$ 7) $(4123)_{cinque}$ 8) $(100)_{otto}$ 9) $(2101)_{tre}$ 10) $(1011)_{tre}$
11) $(37)_{otto}$ 12) $(101000)_{due}$ 13) $(1000)_{quattro}$ 14) $(1000000)_{due}$ 15) $(133)_{quattro}$
16) $(11111)_{due}$ 17) $(10111)_{due}$ 18) $(2010)_{tre}$ 19) $(267)_{otto}$ 20) $(43)_{cinque}$

ALTRI ESERCIZI (risposte in fondo alla pagina)

21) $(124)_{10} = (\qquad)_2$ 22) $(124)_{10} = (\qquad)_3$ 23) $(124)_{10} = (\qquad)_4$
24) $(124)_{10} = (\qquad)_5$ 25) $(124)_{10} = (\qquad)_8$ 26) $(124)_{10} = (\qquad)_{16}$
27) $(11111111)_2 = (\qquad)_4$ 28) $(11111111)_2 = (\qquad)_8$ 29) $(11111111)_2 = (\qquad)_{16}$
30) $(1202)_3 = (\qquad)_6$ 31) $(AB5)_{16} = (\qquad)_2$ 32) $(1202)_3 = (\qquad)_9$
33) $(110)_2 + (11)_2$ 34) $(121)_3 + (122)_3$ 35) $(567)_8 + (345)_8$
36) $(101110)_2 + (11011)_2$ 37) $(246)_8 + (642)_8$ 38) $(2222)_3 + 1$
39) $(1A)_{16} + (2B)_{16}$ 40) $(F74)_{16} + (AD)_{16}$ 41) $(101)_2 + (110)_2 + (1011)_2$
42) $(23)_5 \cdot (34)_5$ 43) $(101)_2 \cdot (110)_2$ 44) $(22)_3 \cdot (21)_3$ 45) $(321)_4 \cdot (123)_4$ 46) $(111)_2 \cdot (111)_2$
47) $(222)_3 \cdot (222)_3$
48) $(35)_8 \cdot (57)_8$
49) $(1A)_{16} \cdot (34)_{16}$

50) Compila la tabellina della **moltiplicazione in base quattro:**

•	0	1	2	3	10
0					
1					
2					
3					
10					

51) **Criteri di divisibilità**
Guardando un intero scritto in base 3, si riconosce che è divisibile
a) per tre quando …
b) per nove quando …
c) per due quando …

•	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10
0	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**
1	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**	**10**
2	**0**	**2**	**4**	**6**	**8**	**A**	**C**	**E**	**10**	**12**	**14**	**16**	**18**	**1A**	**1C**	**1E**	**20**
3	**0**	**3**	**6**	**9**	**C**	**F**	**12**	**15**	**18**	**1B**	**1E**	**21**	**24**	**27**	**2A**	**2D**	**30**
4	**0**	**4**	**8**	**C**	**10**	**14**	**18**	**1C**	**20**	**24**	**28**	**2C**	**30**	**34**	**38**	**3C**	**40**
5	**0**	**5**	**A**	**F**	**14**	**19**	**1E**	**23**	**28**	**2D**	**32**	**37**	**3C**	**41**	**46**	**4B**	**50**
6	**0**	**6**	**C**	**12**	**18**	**1E**	**24**	**2A**	**30**	**36**	**3C**	**42**	**48**	**4E**	**54**	**5A**	**60**
7	**0**	**7**	**E**	**15**	**1C**	**23**	**2A**	**31**	**38**	**3F**	**46**	**4D**	**54**	**5B**	**62**	**69**	**70**
8	**0**	**8**	**10**	**18**	**20**	**28**	**30**	**38**	**40**	**48**	**50**	**58**	**60**	**68**	**70**	**78**	**80**
9	**0**	**9**	**12**	**1B**	**24**	**2D**	**36**	**3F**	**48**	**51**	**5A**	**63**	**6C**	**75**	**7E**	**87**	**90**
A	**0**	**A**	**14**	**1E**	**28**	**32**	**3C**	**46**	**50**	**5A**	**64**	**6E**	**78**	**82**	**8C**	**96**	**A0**
B	**0**	**B**	**16**	**21**	**2C**	**37**	**42**	**4D**	**58**	**63**	**6E**	**79**	**84**	**8F**	**9A**	**A5**	**B0**
C	**0**	**C**	**18**	**24**	**30**	**3C**	**48**	**54**	**60**	**6C**	**78**	**84**	**90**	**9C**	**A8**	**B4**	**C0**
D	**0**	**D**	**1A**	**27**	**34**	**41**	**4E**	**5B**	**68**	**75**	**82**	**8F**	**9C**	**A9**	**B6**	**C3**	**D0**
E	**0**	**E**	**1C**	**2A**	**38**	**46**	**54**	**62**	**70**	**7E**	**8C**	**9A**	**A8**	**B6**	**C4**	**D2**	**E0**
F	**0**	**F**	**1E**	**2D**	**3C**	**4B**	**5A**	**69**	**78**	**87**	**96**	**A5**	**B4**	**C3**	**D2**	**E1**	**F0**
10	**0**	**10**	**20**	**30**	**40**	**50**	**60**	**70**	**80**	**90**	**A0**	**B0**	**C0**	**D0**	**E0**	**F0**	**100**

52) Ecco qui sopra la tabellina per la **moltiplicazione esadecimale.**
a) Osservala bene: quali regolarità puoi cogliere in essa?
b) Copri una linea (riga o colonna) a tua scelta e poi ricostruiscila.

RISPOSTE

21) $(1111100)_2$ 22) $(11121)_3$ 23) $(1330)_4$ 24) $(444)_5$ 25) $(174)_8$
26) $(7C)_{16}$ 27) $(3333)_4$ 28) $(377)_8$ 29) $(FF)_{16}$ 30) $(115)_6$
31) $(101010110101)_2$ 32) $(52)_9$ 33) $(1001)_2$ 34) $(1020)_3$
35) $(1134)_8$ 36) $(1001001)_2$ 37) $(1110)_8$ 38) $(10000)_3$ 39) $(45)_{16}$
40) $(1021)_{16}$ 41) $(10110)_2$ 42) $(1442)_5$ 43) $(11110)_2$ 44) $(2002)_3$
45) $(120003)_4$ 46) $(110001)_2$ 47) $(221001)_3$ 48) $(2523)_8$ 49) $(548)_{16}$

50)

•	0	1	2	3	10
0	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**
1	**0**	**1**	**2**	**3**	**10**
2	**0**	**2**	**10**	**12**	**20**
3	**0**	**3**	**12**	**21**	**30**
10	**0**	**10**	**20**	**30**	**100**

51) ⇨