CENNI SULL'OPERAZIONE DI RADICE

CHE COS'E' L'OPERAZIONE DI "RADICE"

Si dice "radice quadrata" (cubica, quarta, quinta, ...) di un numero reale $a \geq 0$, quel numero reale $b \geq 0$ che elevato al quadrato (al cubo, alla quarta, alla quinta, ...) dà come risultato a.

DEFINIZIONE : $\boxed{\sqrt[n]{a} = b \text{ se e solo se } b^n = a \quad (a, b \geq 0)}$

Quindi l'operazione di estrazione di radice è l'operazione inversa dell'elevamento a potenza.

Esempi: $\sqrt[4]{81} = 3$ perché $3^4 = 81$; $\sqrt[3]{\frac{8}{125}} = \frac{2}{5}$ perché $\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{8}{125}$; $\sqrt[2]{0,09} = 0,3$ perché $(0,3)^2 = 0,09$

Un simbolo del tipo $\sqrt[n]{a}$ viene chiamato "**radicale**".
Vale a dire, "radice" è il *risultato*,
"radicale" è il *simbolo* dell'operazione di estrazione di radice.

INDICE $\sqrt[n]{a}$ RADICANDO

RADICALE

Il numero **n** viene detto "**indice**". Il numero **a** viene detto "**radicando**".

L'indice n è un numero naturale, maggiore o uguale a 1.

Se l'indice vale 1, la radice è uguale al radicando: $\boxed{\sqrt[1]{a} = a}$

L'indice 2 viene di norma sottinteso. Ossia, anziché scrivere $\sqrt[2]{a}$ si usa scrivere $\sqrt{a}$: $\boxed{\sqrt[2]{a} = \sqrt{a}}$
L'abbreviazione è conveniente, dato che la radice quadrata è di gran lunga la più utilizzata.

Ancora qualche esempio:

$\sqrt[3]{1000} = 10$ perché $10^3 = 1000$; $\sqrt{25} = 5$ perché $5^2 = 25$;

$\sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$ perché $\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$; $\sqrt[4]{0,0016} = 0,2$ perché $(0,2)^4 = 0,0016$

La separazione della parte intera da quella decimale si può effettuare con la **virgola** oppure col **punto** (all'anglosassone).

- Se il radicando è >1 il valore della radice è *minore* del radicando stesso;
- ma se il radicando è <1 (compreso fra 0 e 1) il valore della radice è *maggiore* del radicando stesso.

DUE IDENTITA' VERAMENTE FONDAMENTALI

$\boxed{\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a}$ $\quad \left(\sqrt[\cancel{n}]{a}\right)^{\cancel{n}} = a$ Indice ed esponente sono uguali: la radice e la potenza, operazioni inverse l'una dell'altra, si "compensano", quindi si possono semplificare

$\boxed{\sqrt[n]{a^n} = a}$ $\quad \sqrt[\cancel{n}]{a^{\cancel{n}}} = a$ Anche qui, potenza e radice, operazioni inverse fra loro, si "compensano", da cui la semplificazione

ANTICIPAZIONI

I radicali saranno oggetto di uno studio più approfondito sul Volume 2.
Qui ci limitiamo solo ad anticipare qualcosa sulle **RADICI QUADRATE**.

Per **moltiplicare** fra loro due radici quadrate basta moltiplicarne i radicandi: $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{6}$; $\sqrt{4} \cdot \sqrt{25} = \sqrt{100}$

E viceversa, si può scrivere, ad esempio, $\sqrt{49 \cdot 16} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{16} = 7 \cdot 4 = 28$.

♥ Invece sarebbe GRAVE ERRORE scrivere $\cancel{\sqrt{4} + \sqrt{25} = \sqrt{4+25}}$ oppure $\cancel{\sqrt{49+16} = \sqrt{49} + \sqrt{16}}$!!!

LA RADICE QUADRATA DI UN NUMERO NEGATIVO NON ESISTE: $\sqrt{-49} = \textit{impossibile}$
(NOTA: questa affermazione verrà ridiscussa quando nel Volume 2 introdurremo i cosiddetti "numeri complessi")

IL RISULTATO DI UNA RADICE QUADRATA È SEMPRE NON NEGATIVO (≥ 0), E UNICO:
anche se esistono *due* numeri il cui quadrato dà 9 (il +3 e il –3), la scrittura $\sqrt{9}$ indica *solo* il +3.

♥ IMPORTANTE: $\sqrt{9} = 3$ e NON $\cancel{\sqrt{9} = \pm 3}$;
tant'è vero che quando si risolve un'equazione come ad esempio la $x^2 = 25$,
le cui soluzioni sono evidentemente i due numeri +5 e –5,
NON SAREBBE CORRETTO esprimere tali soluzioni con la scrittura $x = \sqrt{25}$,
perché in tal modo la soluzione negativa andrebbe persa;
è invece giusto scrivere che $x^2 = 25 \leftrightarrow x = \pm\sqrt{25}$.

ESERCIZI DI BASE SUI RADICALI

Nei casi in cui il risultato non sia “tondo”, **evita la macchinetta** procedendo invece **per tentativi**.
Ad esempio, per calcolare (meglio: approssimare) il numero $\sqrt{30}$ fino alla prima cifra decimale, puoi fare così:

$5^2=25 \quad 6^2=\boxed{36>30} \quad \text{QUINDI} \quad 5<\sqrt{30}<6$

$5,1^2=26,01 \quad 5,2^2=27,04 \quad 5,3^2=28,09 \quad 5,4^2=29,16 \quad 5,5^2=\boxed{30,25>30} \quad \text{QUINDI} \quad 5,4<\sqrt{30}<5,5$

1) $\sqrt[3]{8}$ 2) $\sqrt[4]{625}$ 3) $\sqrt{49}$ 4) $\sqrt[5]{32}$ 5) $\sqrt[3]{27}$
6) $\sqrt[7]{1}$ 7) $\sqrt[8]{0}$ 8) $\sqrt{-4}$ 9) $\sqrt[3]{125}$ 10) $\sqrt{36}$
11) $\sqrt[4]{16}$ 12) $\sqrt[3]{216}$ 13) $\sqrt{196}$ 14) $\sqrt[4]{10000}$ 15) $\sqrt[5]{243}$
16) $\sqrt{900}$ 17) $\sqrt{\frac{9}{16}}$ 18) $\sqrt[3]{\frac{1}{8}}$ 19) $\sqrt[3]{\frac{27}{1000}}$ 20) $\sqrt[4]{\frac{1}{16}}$
21) $\sqrt{\frac{121}{289}}$ 22) $\sqrt{\frac{100}{9}}$ 23) $\sqrt[4]{\frac{16}{81}}$ 24) $\sqrt[3]{\frac{64}{729}}$ 25) $\sqrt{10}$
26) $\sqrt{20}$ 27) $\sqrt{60}$ 28) $\sqrt{200}$ 29) $\sqrt{2000}$ 30) $\sqrt[3]{10}$
31) $\sqrt[3]{555}$ 32) $\sqrt[4]{10}$ 33) $\sqrt{0,09}$ 34) $\sqrt{0,25}$ 35) $\sqrt[3]{0,008}$
36) $\sqrt{0,4}$ 37) $\sqrt[3]{0,1}$ 38) $\left(\sqrt{39}\right)^2$ 39) $\sqrt{41}\cdot\sqrt{41}$ 40) $\sqrt{23^2}$
41) $\sqrt{64}$ 42) $\sqrt[3]{64}$ 43) $\sqrt[6]{64}$ 44) $\sqrt[10]{1024}$ 45) $\sqrt{9/4}$
46) $\sqrt[3]{\frac{125}{343}}$ 47) $\sqrt[4]{\frac{81}{625}}$ 48) $\sqrt[5]{\frac{1}{243}}$ 49) $\sqrt{\frac{121}{169}}$ 50) $\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$
51) $\sqrt[4]{13^4}$ 52) $\sqrt{(-7)^2}$ 53) $\sqrt{0}$ 54) $\sqrt{1}$ 55) $\sqrt{-9}$

56) Può la radice quadrata di un numero essere maggiore del numero stesso?
57) Può la radice cubica di un numero essere maggiore della radice quadrata dello stesso numero?
58) Quali numeri coincidono con la propria radice quadrata?
59) Quali sono quei due numeri che hanno la proprietà di essere uguali al doppio della propria radice quadrata?
60) Completa le seguenti tabelle.

a	0	0,1	0,5	2	3	4	5	6	9	10	12
$\sqrt{a}$ (1)	0	0,3...		1,4...							

a	20	50	100	1000	2000	5000	1000000	a	0,01	0,0004	0,000001
$\sqrt{a}$ (2)	4,...							$\sqrt{a}$ (3)			
$\sqrt[3]{a}$ (2)		3,...						$\sqrt[3]{a}$ (3)	0,2...		

(1) fino alla 1ª cifra decimale (2) solo la parte intera (3) valore esatto o approssimazione ritenuta adeguata

RISULTATI, RISPOSTE

1) 2 2) 5 3) 7 4) 2 5) 3 6) 1 7) 0 8) imposs. 9) 5 10) 6 11) 2 12) 6 13) 14
14) 10 15) 3 16) 30 17) $\frac{3}{4}$ 18) $\frac{1}{2}$ 19) $\frac{3}{10}$ 20) $\frac{1}{2}$ 21) $\frac{11}{17}$ 22) $\frac{10}{3}$ 23) $\frac{2}{3}$ 24) $\frac{4}{9}$
25) 3,1... 26) 4,4... 27) 7,7... 28) 14,1... 29) 44,7... 30) 2,1... 31) 8,2... 32) 1,7... 33) 0,3
34) 0,5 35) 0,2 36) 0,6... 37) 0,4... 38) 39 39) 41 40) 23 41) 8 42) 4 43) 2 44) 2
45) $\frac{3}{2}$ 46) $\frac{5}{7}$ 47) $\frac{3}{5}$ 48) $\frac{1}{3}$ 49) $\frac{11}{13}$ 50) $\frac{2}{3}$ 51) 13 52) +7 53) 0 54) 1 55) imposs.
56) Sì, se il numero di partenza è compreso fra 0 e 1 57) Come per il 56) 58) 0 e 1 59) 0 e 4

60)	a	0	0,1	0,5	2	3	4	5	6	9	10	12
	$\sqrt{a}$	0	0,3...	0,7...	1,4...	1,7...	2	2,2...	2,4...	3	3,1...	3,4...

a	20	50	100	1000	2000	5000	1000000	a	0,01	0,0004	0,000001
$\sqrt{a}$	4,...	7,...	10	31,...	44,...	70,...	1000	$\sqrt{a}$	0,1	0,02	0,001
$\sqrt[3]{a}$	2,...	3,...	4,...	10	12,...	17,...	100	$\sqrt[3]{a}$	0,2...	0,07...	0,01