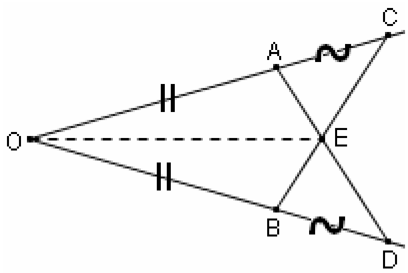
18) Sui lati di un angolo qualunque di vertice O si prendano rispettivamente i segmenti $\overline{OA}=\overline{OB}$, $\overline{OC}=\overline{OD}$; si indichi con E il punto in cui si intersecano le congiungenti $\overline{AD}$ e $\overline{BC}$. Dimostrare che:

I) $\overline{AD}=\overline{BC}$

II) $\overline{EA}=\overline{EB}$

III) il punto E sta sulla bisettrice dell'angolo dato $\hat{O}$.



HP

$\overline{OA}=\overline{OB}$, $\overline{OC}=\overline{OD}$

(in figura, per comodità, abbiamo già segnato $\overline{AC}=\overline{BD}$: "differenze di segmenti uguali sono uguali"; questa annotazione grafica permette anche, insieme all'altra relativa a $\overline{OA}=\overline{OB}$, di "ricostruire" immediatamente, per somma, l'uguaglianza nota $\overline{OC}=\overline{OD}$)

TH

I) $\overline{AD}=\overline{BC}$

II) $\overline{EA}=\overline{EB}$

III) il punto E sta sulla bisettrice di $\hat{O}$, vale a dire, congiunto O con E, si ha $E\hat{O}A=E\hat{O}B$

DIM.

I)

Confrontiamo **OAD, OBC:**

$\overline{OA}=\overline{OB}$ (HP)

$\overline{OD}=\overline{OC}$ (HP)

$\hat{O}$ in comune.

Quindi **OAD=OBC (1° Criterio)** e, in particolare, $\overline{\mathbf{AD}}=\overline{\mathbf{BC}}$.

II)

Innanzitutto dall'uguaglianza di OAD e OBC segue anche *(segna subito sulla figura!!!)* $B\hat{D}E=A\hat{C}E$ e $O\hat{A}E=O\hat{B}E$.

Ma se $O\hat{A}E=O\hat{B}E$, allora anche $C\hat{A}E=D\hat{B}E$ perché supplementari di angoli uguali:

$C\hat{A}E=180°-O\hat{A}E=180°-O\hat{B}E=D\hat{B}E$ *(segna sulla figura!!!).*

Quindi, confrontando i due triangoli **AEC e BED**, si ha che:

$A\hat{C}E=B\hat{D}E$

$C\hat{A}E=D\hat{B}E$

$\overline{AC}=\overline{BD}$ perché differenze di segmenti uguali: $\overline{AC}=\overline{OC}-\overline{OA}=\overline{OD}-\overline{OB}=\overline{BD}$.

Di conseguenza, **AEC = BED per il 2° Criterio** e, in particolare, $\overline{\mathbf{EA}}=\overline{\mathbf{EB}}$.

III)

OAE ed OBE sono uguali per il 3° Criterio: infatti

$\overline{OE}$ è in comune

$\overline{OA}=\overline{OB}$ per HP

$\overline{EA}=\overline{EB}$ come già dimostrato *(l'avevi segnato sulla figura?).*

Dall'uguaglianza dei due triangoli considerati segue, in particolare, $\mathbf{E\hat{O}A=E\hat{O}B}$, c.v.d.