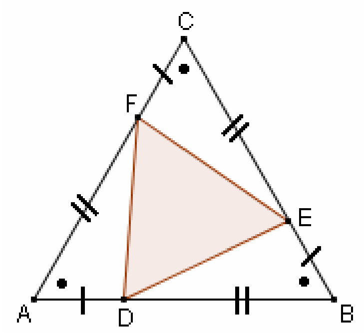
20) Sui lati $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$ del triangolo equilatero ABC si prendano tre segmenti uguali $\overline{AD} = \overline{BE} = \overline{CF}$. Dimostrare che il triangolo DEF è pure equilatero.



HP

$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$

$\overline{AD} = \overline{BE} = \overline{CF}$

TH

$\overline{DE} = \overline{EF} = \overline{FD}$

DIM.

Prima di tutto, osserviamo che $\widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{C}$
perché **un triangolo equilatero è anche equiangolo**.
Inoltre, i tre segmenti $\overline{DB}$, $\overline{EC}$, $\overline{FA}$
sono uguali perché **differenze di segmenti uguali**:

$$\begin{array}{ccccc} \overline{AB} & = & \overline{BC} & = & \overline{CA} \\ \overline{AD} & = & \overline{BE} & = & \overline{CF} \\ \hline \underbrace{\overline{AB}-\overline{AD}}_{\overline{DB}} & = & \underbrace{\overline{BC}-\overline{BE}}_{\overline{EC}} & = & \underbrace{\overline{CA}-\overline{CF}}_{\overline{FA}} \end{array}$$

Confrontiamo allora **simultaneamente** i tre triangoli **ADF, BED e CFE**.
Essi hanno $\widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{C}$, $\overline{FA} = \overline{DB} = \overline{EC}$, $\overline{AD} = \overline{BE} = \overline{CF}$,
quindi sono uguali per il **1° Criterio**
e in particolare è $\overline{FD} = \overline{DE} = \overline{EF}$, C.V.D.