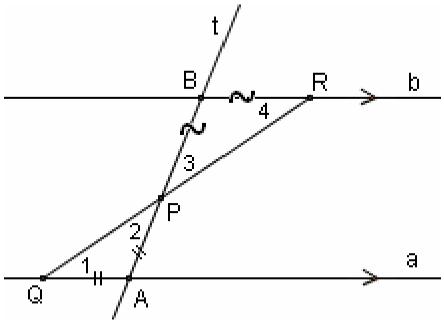
**23) Due parallele a, b sono tagliate da una trasversale t,**
**che le interseca in A e in B rispettivamente.**
**Fissato un punto qualsiasi P sul segmento $\overline{AB}$,**
**sulla retta a si prenda un segmento $\overline{AQ} = \overline{AP}$**
**e sulla retta b si prenda un segmento $\overline{BR} = \overline{BP}$,**
**in modo che R e Q si trovino da parti opposte rispetto alla retta t.**
**Dimostrare che i due segmenti $\overline{PQ}$ e $\overline{PR}$ stanno uno sul prolungamento dell'altro.**




**HP**
$a \parallel b$
$\overline{AQ} = \overline{AP}, \quad \overline{BR} = \overline{BP}$
(con R, Q da parti opposte rispetto a t)

**TH**
$\overline{PQ}$ e $\overline{PR}$ stanno uno sul prolungamento dell'altro

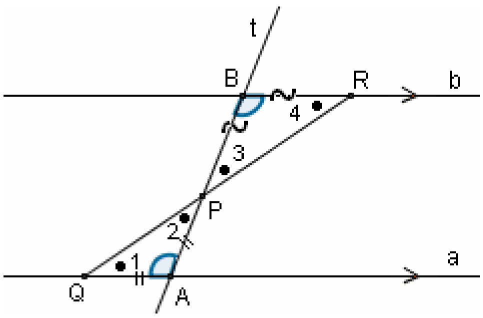
**OSSERVAZIONE PRELIMINARE (occhio a non commettere errori logici!)**

Attenzione a non incorrere nell'errore logico
di dare per scontato che i due angoli $\widehat{P_2}, \widehat{P_3}$ siano opposti al vertice.
In realtà, **soltanto riguardo ai due segmenti $\overline{PA}$ e $\overline{PB}$,**
**noi siamo sicuri che stanno uno sul prolungamento dell'altro;**
**il discorso cambia invece per $\overline{PQ}$ e $\overline{PR}$,**
i quali NON sono stati generati, come $\overline{PA}$ e $\overline{PB}$,
dallo spezzare in due quello che era un unico segmento,
BENSI' sono stati tracciati indipendentemente l'uno dall'altro,
per cui il fatto che stiano uno sul prolungamento dell'altro non è scontato,
e anzi è appunto l'obiettivo dimostrativo.

**DIM.**

Si tratta di far vedere che $\overline{PQ}$ e $\overline{PR}$ formano un angolo piatto.
Cominciamo con l'osservare che, essendo $a \parallel b$,
i due angoli alterni interni $P\widehat{A}Q$ e $P\widehat{B}R$ sono uguali.
Ma i due triangoli PAQ e PBR sono isosceli per ipotesi, quindi

$$\widehat{Q}_1 = \widehat{P}_2 \underset{PAQ}{=} \frac{180° - P\widehat{A}Q}{2} \underset{PBR}{=} \frac{180° - P\widehat{B}R}{2} = \widehat{P}_3 = \widehat{R}_4$$




La catena mostra dunque che i quattro angoli $\widehat{Q}_1, \widehat{P}_2, \widehat{P}_3, \widehat{R}_4$ sono tutti uguali fra loro:

In particolare, ci interessa che sia $\widehat{P}_2 = \widehat{P}_3$, perché ciò ci consente di scrivere

$$Q\widehat{P}R = \widehat{P}_2 + A\widehat{P}R = \widehat{P}_3 + A\widehat{P}R = B\widehat{P}A \underset{NOTA}{=} 180° \quad \text{C.V.D.}$$

NOTA. – Che $B\widehat{P}A$ sia piatto è fuori discussione: il punto P era stato preso sul segmento $\overline{AB}$,
quindi i due segmenti $\overline{PA}$ e $\overline{PB}$ stanno **certamente** uno sul prolungamento dell'altro.