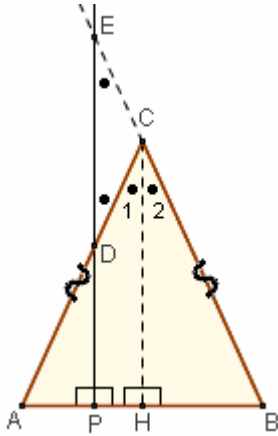


- 5) Considerato un triangolo ABC , isoscele sulla base \overline{AB} , si prende su \overline{AB} un punto arbitrario P e per P si traccia la perpendicolare ad AB , che interseca le rette dei due lati obliqui in D e in E rispettivamente. Dimostrare che il triangolo CDE è isoscele (Indicazione: tracciare l'altezza \overline{CH})



HP
 $\overline{CA} = \overline{CB}$
 $EP \perp AB$

TH
 $\overline{CE} = \overline{CD}$

DIM.

Costruzione: tracciamo l'altezza \overline{CH} del triangolo isoscele ABC , relativa alla base \overline{AB} .

Essa, per un teorema noto, **risulterà anche bisettrice** dell'angolo al vertice \widehat{ACB} :

sarà dunque $\widehat{C}_1 = \widehat{C}_2$.

Ora, le due rette EP, CH sono parallele fra loro, perché **perpendicolari alla stessa retta** AB .

Allora:

$$\widehat{DEC} = \widehat{C}_2 \quad (\text{corrispondenti, } EP \parallel CH, \text{ trasversale } EB)$$

$$\widehat{EDC} = \widehat{C}_1 \quad (\text{alterni interni, } EP \parallel CH, \text{ trasversale } AC).$$

Dunque

$$\boxed{\widehat{DEC}} = \widehat{C}_2 = \widehat{C}_1 = \boxed{\widehat{EDC}}.$$

Il triangolo DCE ha quindi due angoli uguali:

ed è noto che **se un triangolo ha due angoli uguali, allora è isoscele**

(i lati uguali sono, precisamente, quelli opposti agli angoli uguali).

Si ha perciò $\overline{CE} = \overline{CD}$ c.v.d.