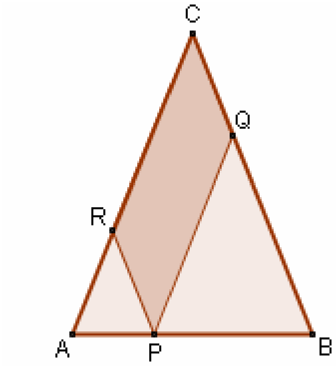
10) E’ dato un triangolo ABC, isoscele sulla base $\overline{AB}$.
Da un punto P preso arbitrariamente su $\overline{AB}$ si tracciano:
la parallela ad $\overline{AC}$, che incontri $\overline{BC}$ in Q;
e la parallela a $\overline{BC}$, che incontri $\overline{AC}$ in R.
Dimostrare che il perimetro del parallelogrammo PQCR
è uguale alla somma $\overline{AC}+\overline{BC}$.



HP

$\overline{CA}=\overline{CB}$

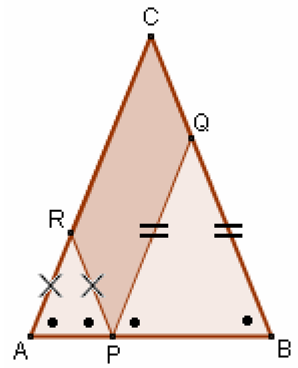
$PQ \parallel AC$

$PR \parallel BC$

TH

$2p(PQCR)=\overline{AC}+\overline{BC}$

DIM.



Osserviamo che $A\hat{P}R=\hat{B},\ \ B\hat{P}Q=\hat{A}$
(corrispondenti, parallele con trasversale);
perciò, essendo pure $\hat{A}=\hat{B}$ perché
angoli alla base di un triangolo isoscele,
si ha

$A\hat{P}R=\hat{B}=\hat{A}=B\hat{P}Q$

Da tali uguaglianze angolari si trae che
i due triangoli APR, PBQ sono isosceli:

$\overline{PR}=\overline{AR},\ \ \overline{PQ}=\overline{BQ}$

per cui potremo scrivere

$$\begin{aligned}2p(PQCR)&=\overline{PR}+\overline{RC}+\overline{QC}+\overline{PQ}=\\&=\overline{AR}+\overline{RC}+\overline{QC}+\overline{BQ}=\\&=\left(\overline{AR}+\overline{RC}\right)+\left(\overline{QC}+\overline{BQ}\right)=\\&=\overline{AC}+\overline{BC}\end{aligned}$$

c.v.d.