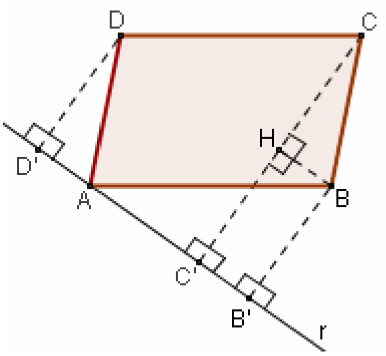
11) Per il vertice A di un parallelogrammo ABCD si traccia una retta r, che abbia in comune con ABCD il solo punto A. Siano B', C', D' le proiezioni dei tre punti B, C, D su r. Dimostrare che $\overline{CC'} = \overline{BB'} + \overline{DD'}$.
(Indicazione: tracciare dal punto B la perpendicolare a …)

Come si modificherebbe la tesi se la retta r passante per A attraversasse il parallelogrammo, anziché essergli esterna?



HP

ABCD parallelogrammo
r retta per A, $r \cap ABCD = \{A\}$
$BB' \perp r,\ CC' \perp r,\ DD' \perp r$

TH

$\overline{CC'} = \overline{BB'} + \overline{DD'}$

DIM.

Cominciamo innanzitutto con l'osservare che **le tre rette BB', CC', DD' sono parallele fra loro perché tutte perpendicolari alla stessa retta r**.

Tracciamo ora per B la perpendicolare BH a CC'.
Il quadrilatero $B'BHC'$, avendo tre angoli retti, deve avere retto anche l'angolo rimanente (per differenza rispetto a 360°, che è la somma degli angoli interni di qualsiasi quadrilatero) quindi è un **rettangolo**.
Si ha perciò $\overline{BB'} = \overline{HC'}$ (*sai bene che è consigliabile segnarlo subito sulla figura!*)

Ci rendiamo conto a questo punto che
per avere la tesi basterebbe poter dimostrare l'uguaglianza $\overline{DD'} = \overline{CH}$.
E che a tale scopo **basterebbe riuscire a provare** che sono uguali i due triangoli $AD'D$ e BHC.

Confrontiamo dunque tali due triangoli.
Essi hanno ciascuno un angolo retto ($A\widehat{D'}D = 90°$ per ipotesi , $B\widehat{H}C = 90°$ per costruzione)
e $\overline{AD} = \overline{BC}$ perché lati opposti di un parallelogrammo.
Basterebbe un'altra uguaglianza angolare per dimostrarli
(tramite il 2° Criterio generalizzato) uguali.
Bene, quest'uguaglianza può essere la $A\widehat{D}D' = B\widehat{C}H$:
tali due angoli sono infatti uguali per avere i lati paralleli e concordi:
$CH \parallel DD'$ perché perpendicolari alla stessa retta r come si osservava all'inizio;
$DA \parallel CB$ perché lati opposti di un parallelogrammo.

Dunque, **ricapitolando**, è

$AD'D = BHC$ quindi $\boxed{\overline{DD'} = \overline{CH}}$ quindi $\boxed{\overline{CC'}} = \overline{HC'} + \overline{CH} = \boxed{\overline{BB'} + \overline{DD'}}$ C.V.D.

IL METODO "TOP-DOWN"

In questa dimostrazione è emersa con particolare evidenza quella strategia di ragionamento, che è nota come **metodo "TOP-DOWN"**, ossia, letteralmente, "**DALLA CIMA VERSO IL BASSO**".

Si parte dall'obiettivo da raggiungere, e ci si domanda: di quali obiettivi intermedi avremmo bisogno per raggiungere questo obiettivo finale?

Poi il processo può essere eventualmente iterato, applicandolo anche agli obiettivi intermedi.

Se la retta r passante per A attraversasse il parallelogrammo anziché essergli esterna, la tesi sarebbe $\overline{CC'} = \overline{BB'} - \overline{DD'}$ oppure $\overline{CC'} = \overline{DD'} - \overline{BB'}$ a seconda che sia $BB' > DD'$ oppure $BB' < DD'$