

16) Sia  $ABC$  un triangolo isoscele sulla base  $\overline{BC}$ .

Per un punto  $P$  della base traccia

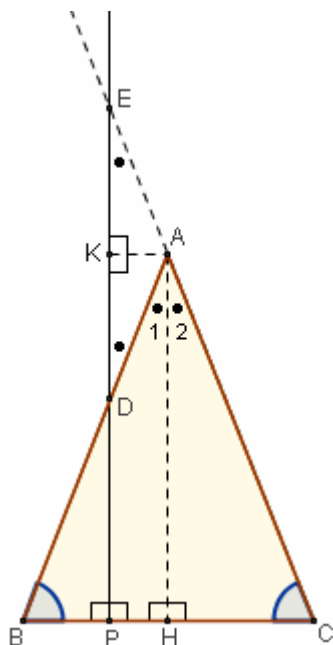
la perpendicolare alla base stessa,

e indica con  $D, E$  i punti in cui tale perpendicolare

incontra un lato obliquo, e, rispettivamente, il prolungamento dell'altro lato obliquo.

Dimostra che la somma  $\overline{PD} + \overline{PE}$  è uguale al doppio dell'altezza  $\overline{AH}$  del triangolo

HP:  $\overline{AB} = \overline{AC}$ ;  $PE \perp BC$ ,  $AH \perp BC$       TH:  $\overline{PD} + \overline{PE} = 2\overline{AH}$



**DIM.**

Prima di tutto osserviamo che le due rette  $EP, AH$  sono parallele fra loro, perché perpendicolari alla stessa retta  $BC$ .

Ora:

$$\hat{A}ED = \hat{A}_2 \text{ (corrispondenti, } EP \parallel AH, \text{ trasv. } EC)$$

$$\hat{A}_2 = \hat{A}_1 \text{ (in un tr. isoscele, l'altezza relativa alla base è anche bisettrice)}$$

$$\hat{A}_1 = \hat{A}DE \text{ (alterni interni, } EP \parallel AH, \text{ trasv. } AD)$$

Dunque  $\hat{A}ED = \hat{A}_2 = \hat{A}_1 = \hat{A}DE$  per cui  $EAD$  è isoscele ( $\overline{AE} = \overline{AD}$ )

Se ora tracciamo  $AK \perp ED$ , avremo:

- $\overline{EK} = \overline{KD}$  (in un tr. isoscele, l'altezza rel. alla base è anche mediana)
- $AKPH$  rettangolo (3 angoli retti), quindi  $\overline{PK} = \overline{AH}$ .

Perciò:

$$\begin{aligned} \overline{PD} + \overline{PE} &= \overline{PD} + (\overline{PD} + \overline{DK} + \overline{KE}) = \overline{PD} + \overline{PD} + \overline{DK} + \overline{DK} = \\ &= 2\overline{PD} + 2\overline{DK} = 2(\overline{PD} + \overline{DK}) = 2\overline{PK} = 2\overline{AH} \quad \text{c.v.d.} \end{aligned}$$