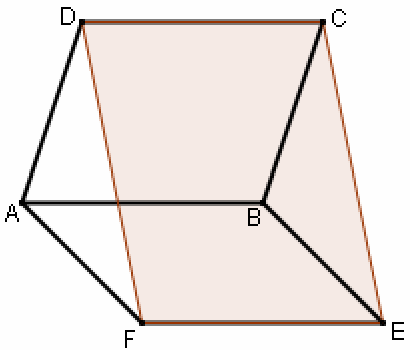
2) Due parallelogrammi ABCD, ABEF hanno il lato $\overline{AB}$ in comune (e si trovano da parte opposta rispetto al lato comune). Dimostra che il quadrilatero DCEF è anch'esso un parallelogrammo.

Il teorema varrebbe anche qualora ABCD, ABEF *si trovassero dalla stessa parte rispetto ad* $\overline{AB}$ *?*



HP

ABCD, ABEF parallelogrammi

TH

DCEF parallelogrammo

DIM.

1° METODO

$\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AB}\parallel\overline{DC}$ (nel parallelogrammo ABCD i lati opposti sono uguali e paralleli)

$\overline{AB}=\overline{FE}$, $\overline{AB}\parallel\overline{FE}$ (nel parallelogrammo ABEF i lati opposti sono uguali e paralleli)

Per la proprietà transitiva dell'uguaglianza e la proprietà transitiva del parallelismo, segue $\boxed{\overline{\mathbf{DC}}=\overline{\mathbf{FE}},\ \overline{\mathbf{DC}}\parallel\overline{\mathbf{FE}}}$.

Ma allora possiamo concludere che il quadrilatero **DCEF è un parallelogrammo**, **perché ha DUE LATI OPPOSTI UGUALI E PARALLELI**.

2° METODO

$\overline{AB}=\overline{DC}$ (nel parallelogrammo ABCD i lati opposti sono uguali)
$\overline{AB}=\overline{FE}$ (nel parallelogrammo ABEF i lati opposti sono uguali)

Per la proprietà transitiva dell'uguaglianza, segue $\boxed{\overline{\mathbf{DC}}=\overline{\mathbf{FE}}}$.

Se ora andiamo a confrontare i due triangoli DAF e CBE, possiamo osservare che hanno:

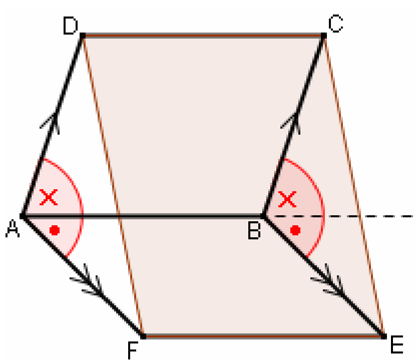
$\overline{AD}=\overline{BC}$ (lati opposti di un parallelogrammo)
$\overline{AF}=\overline{BE}$ (lati opposti di un parallelogrammo)
$D\hat{A}F=C\hat{B}E$ (**angoli coi lati paralleli e concordi** – NOTA).

Quindi DAF = CBE (1° Criterio) e in particolare $\boxed{\overline{\mathbf{DF}}=\overline{\mathbf{CE}}}$.

Ma allora possiamo concludere che il quadrilatero **DCEF è un parallelogrammo, perché ha I LATI OPPOSTI A DUE A DUE UGUALI**.

NOTA. – *Non ricordando il teorema secondo cui "due angoli coi lati paralleli e concordi sono uguali" si sarebbe potuto procedere prolungando il segmento* $\overline{AB}$ *dalla parte di B (vedi figura qui a destra), e rilevando che*

- *i due angoli indicati con la crocetta sono uguali perché **corrispondenti** rispetto a **due parallele con trasversale**;*
- *i due angoli indicati con il pallino sono uguali per lo stesso motivo;*
- *quindi i due angoli segnati con l'archetto sono uguali perché **somme di angoli uguali**.*



Sì, il teorema varrebbe anche qualora ABCD, ABEF si trovassero **dalla stessa parte** rispetto ad $\overline{AB}$.
La dimostrazione sarebbe identica, con la sola differenza che nella NOTA finale si dovrebbe procedere per *differenza* anziché per *somma*.