

24)

$$\begin{cases} x + y + z + t + w = 0 \\ x - y - z - t + w = 2 \\ x + y - z - t - w = 4 \end{cases}$$

Questo sistema ha più incognite che equazioni.

Di norma (anche se non sempre), sistemi di questo tipo sono indeterminati, perché i vincoli imposti dalle equazioni sono troppo pochi, non sono sufficienti a determinare i valori delle incognite in modo unico.

Con 3 equazioni e 5 incognite, ci si aspetta (anche se ci sono casi in cui ciò poi non avviene) che 3 delle incognite in gioco siano esprimibili per mezzo delle (= in funzione delle) 2 incognite rimanenti.

$$\begin{cases} x + y + z + t + w = 0 \\ x - y - z - t + w = 2 \\ x + y - z - t - w = 4 \end{cases}$$

$$(1) + (2) \begin{cases} 2x + 2w = 2; & x + w = 1 \end{cases}$$

$$(1) + (3) \begin{cases} 2x + 2y = 4; & x + y = 2 \end{cases}$$

$$(1) \begin{cases} x + y + z + t + w = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} w = 1 - x \\ y = 2 - x \\ \cancel{x} + 2\cancel{x} + z + t + 1 - x = 0; & z + t - x = -3; & z = x - t - 3 \end{cases}$$

e quindi :

$$\begin{cases} x \text{ qualsiasi} \\ y = 2 - x \\ z = x - t - 3 \\ t \text{ qualsiasi} \\ w = 1 - x \end{cases}$$

Potevamo anche risolvere spedendo due a scelta delle incognite a secondo membro, per "trattarle" come se fossero termini noti, e ricavare poi le altre in funzione di quelle.

$$\begin{cases} x + y + z + t + w = 0 \\ x - y - z - t + w = 2 \\ x + y - z - t - w = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y + w = -z - t \\ x - y + w = 2 + z + t \\ x + y - w = 4 + z + t \end{cases}$$

... e adesso ricavo x, y, w in un modo qualunque (anche col meccanico metodo di Cramer - provaci tu per esercizio!; qui comunque è comodo il metodo di riduzione)

$$(1) - (2) \begin{cases} 2y = -2z - 2t - 2; & y = -z - t - 1 \end{cases}$$

$$(2) + (3) \begin{cases} 2x = 2z + 2t + 6; & x = z + t + 3 \end{cases}$$

$$(1) - (3) \begin{cases} 2w = -2z - 2t - 4; & w = -z - t - 2 \end{cases}$$

quindi

$$\begin{cases} x = z + t + 3 \\ y = -z - t - 1 \\ z \text{ qualsiasi} \\ t \text{ qualsiasi} \\ w = -z - t - 2 \end{cases}$$

Lascio a te, carissimo studente, di verificare, provando a sostituire valori specifici al posto delle incognite finite a secondo membro per poi calcolare i corrispondenti valori delle altre, che le due scritte

$$\begin{cases} x \text{ qualsiasi} \\ y = 2 - x \\ z = x - t - 3 \\ t \text{ qualsiasi} \\ w = 1 - x \end{cases} \quad e \quad \begin{cases} x = z + t + 3 \\ y = -z - t - 1 \\ z \text{ qualsiasi} \\ t \text{ qualsiasi} \\ w = -z - t - 2 \end{cases}$$

individuano, in due modi diversi, LO STESSO insieme di cinque.