

12)

$$\begin{cases} \frac{a-1}{y+2} = \frac{1}{x-a} \\ x-y = \frac{2a}{a-1} \end{cases}$$

$$\frac{(x-a)(a-1)}{(y+2)(x-a)} = \frac{y+2}{(y+2)(x-a)} \quad \boxed{y \neq -2}, \boxed{x \neq a} \quad \begin{array}{l} \text{condizioni di accettabilità:} \\ \text{la coppia } x, y \text{ che si troverà alla fine} \\ \text{sarà accettabile solo se le soddisferà entrambe} \end{array}$$

$$\frac{(a-1)(x-y)}{\cancel{a-1}} = \frac{2a}{\cancel{a-1}} \quad \boxed{a \neq 1} \quad \begin{array}{l} \text{condizione preliminare:} \\ \text{ad } a \text{ non è possibile assegnare il valore } 1, \\ \text{il valore } 1 \text{ è "vietato" per } a \end{array}$$

$$\begin{cases} ax - x - a^2 + a = y + 2 \\ ax - ay - x + y = 2a \end{cases} \quad \begin{cases} ax - x - y = a^2 - a + 2 \\ ax - x - ay + y = 2a \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a-1)x - y = a^2 - a + 2 \\ (a-1)x - (a-1)y = 2a \end{cases} \quad \text{FORMA NORMALE}$$

$$(1) - (2) \quad \begin{cases} -y + (a-1)y = a^2 - a + 2 - 2a \\ (a-1)x - y = a^2 - a + 2 \end{cases}$$

$$-y + ay - y = a^2 - 3a + 2; \quad ay - 2y = a^2 - 3a + 2; \quad (\cancel{a-2})y = (\cancel{a-2})(a-1) \quad \boxed{a \neq 2}$$

$$\begin{cases} y = a - 1 \\ (a-1)x - (a-1) = a^2 - a + 2 \end{cases}$$

$$(a-1)x = \cancel{a-1} + a^2 - \cancel{a} + 2$$

$$(a-1)x = a^2 + 1; \quad x = \frac{a^2 + 1}{a-1} \quad (\text{la condizione } a \neq 1 \text{ era già una "condizione preliminare"})$$

$$\begin{cases} x = \frac{a^2 + 1}{a-1} \quad (a \neq 1, a \neq 2) \\ y = a - 1 \end{cases}$$

Se però risulta  $x = \frac{a^2 + 1}{a-1} = a$ , oppure  $y = a - 1 = -2$ , la soluzione non è accettabile.

La non accettabilità si ha perciò quando

$$\frac{a^2 + 1}{a-1} = a \quad a - 1 = -2$$

$$\cancel{a} + 1 = \cancel{a} - a \quad \text{OPPURE} \quad \text{che equivale anch'essa ad}$$

$$\boxed{a = -1} \quad \boxed{a = -1}$$

$$\text{Nel caso } \boxed{a = 2}, \text{ il sistema diventa } \begin{cases} (2-1)x - y = 4 - 2 + 2 \\ (2-1)x - (2-1)y = 4 \end{cases}; \quad \begin{cases} x - y = 4 \\ x - y = 4 \end{cases} \quad \boxed{\text{INDETERMINATO}} \quad \begin{cases} x = y + 4 \\ y \text{ qualsiasi} \end{cases}$$

Ricapitolando, il sistema ha come soluzione la coppia  $\begin{cases} x = \frac{a^2 + 1}{a-1} \\ y = a - 1 \end{cases}$  se  $a \neq 1, a \neq -1, a \neq 2$ .

Con  $a = 1$  il sistema perderebbe significato: il valore 1 è "vietato" per  $a$

Con  $a = -1$  il sistema è IMPOSSIBILE (soluzione non accettabile)

Con  $a = 2$  il sistema è INDETERMINATO, con le infinite soluzioni  $\begin{cases} x = y + 4 \\ y \text{ qualsiasi} \end{cases}$