19)

$$\begin{cases} x + y + z + t = 6 \\ x - y - z + t = 0 \\ x + 2y + z + 3t = 10 \\ ax + y + 4t = 2(a+3) \end{cases}$$

abbiamo già incolonnato i termini con la stessa lettera

$$\begin{array}{r} (2)+(3)-(4) \\ (1) \\ (2) \\ (3) \end{array} \begin{cases} 2x - ax = 10 - 2a - 6;\ \ 2x - ax = 4 - 2a;\ \ (2-a)x = 2(2-a);\ \ x = 2,\ se\ \boxed{a \neq 2} \\ x + y + z + t = 6 \\ x - y - z + t = 0 \\ x + 2y + z + 3t = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ 2 + y + z + t = 6 \\ 2 - y - z + t = 0 \\ 2 + 2y + z + 3t = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y + z + t = 4 \\ -y - z + t = -2 \\ 2y + z + 3t = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y + z + t = 4 \\ y + z - t = 2 \\ 2y + z + 3t = 8 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} \\ (2)-(3) \\ (4) \\ (2) \end{array} \begin{cases} x = 2 \\ 2t = 2;\ \ t = 1 \\ 2y + z + 3 = 8;\ \ 2y + z = 5 \\ y + z + 1 = 4;\ \ \ y + z = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ t = 1 \\ 2y + z = 5 \\ y + z = 3 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} \\ \\ (3)-(4) \\ (4) \end{array} \begin{cases} x = 2 \\ t = 1 \\ y = 2 \\ 2 + z = 3;\ \ z = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \\ z = 1 \\ t = 1 \end{cases} \quad (caso\ \ \boxed{a \neq 2})$$

Nel caso particolare $\boxed{a=2}$, *il sistema diventa*

$$\begin{cases} x+y+z+t=6 \\ x-y-z+t=0 \\ x+2y+z+3t=10 \\ 2x+y+4t=10 \end{cases}$$

Ora, facendo $(2)+(3)-(4)$ *si ottiene*

$0=0$ $(0\cdot x+0\cdot y+0\cdot z+0\cdot t=0)$ *che non pone alcun vincolo a* $x,\ y,\ z,\ t.$

In sostanza, l'ultima equazione è uguale alla somma della seconda con la terza
e perciò è inutile, è irrilevante, perché è conseguenza di queste due.
Il sistema si riduce a tre equazioni soltanto,
e tre equazioni di 1° *grado in quattro incognite non "riescono"*
a far sì che le incognite
ne risultino determinate in modo unico
(vedi il paragrafo sui sistemi nei quali il numero delle equazioni
differisce dal numero delle incognite).

Eliminando l'equazione superflua, abbiamo $\begin{cases} x+y+z+t=6 \\ x-y-z+t=0 \\ x+2y+z+3t=10 \end{cases}$

e possiamo scrivere:

$$\begin{array}{r} (1)+(2) \\ (3)-(1) \\ (1) \end{array} \begin{cases} 2x+2t=6;\ \ x+t=3 \\ y+2t=4 \\ x+y+z+t=6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=3-t \\ y=4-2t \\ 3-t+4-2t+z+t=6;\quad z-2t=-1;\quad z=2t-1 \end{cases}$$

quindi vediamo che il sistema ammette le infinite soluzioni date dalle quaterne $(x,\ y,\ z,\ t)$ *con:*

$$\begin{cases} x=3-t \\ y=4-2t \\ z=2t-1 \\ t \text{ qualsiasi} \end{cases}$$

Ad esempio, assegnando a t *il valore* 1, *troviamo*

$\begin{cases} x=2 \\ y=2 \\ z=1 \\ t=1 \end{cases}$ *che è una quaterna-soluzione;*

ponendo $t=-3$ *abbiamo*

$\begin{cases} x=6 \\ y=10 \\ z=-7 \\ t=-3 \end{cases}$ *che è un'altra quaterna-soluzione;*

ecc. ecc. ecc. (infinite soluzioni, sistema INDETERMINATO)