

4. MINIMO COMUNE MULTIPLIO (m.c.m.)

Il “minimo comune multiplo” fra due (o più) interi, è il più piccolo fra i loro multipli comuni.

Es.

Cerchiamo il minimo comune multiplo fra 15 e 18.

Scriviamo i multipli di 15 e quelli di 18, evidenziando i multipli comuni:

Multipli di 15: 15 30 45 60 75 90 105 120 135 150 165 180 195 210 ...

Multipli di 18: 18 36 54 72 90 108 126 144 162 180 198 216 234 252 ...

I multipli comuni a 15 e 18 sono: 90, 180, 270, 360, ...

E fra questi, il più piccolo è 90, quindi $m.c.m.(15, 18) = 90$

Nella pratica, per cercare il m.c.m. - nei casi semplici - si elencano, mentalmente, i successivi multipli di uno dei numeri dati (conviene scegliere il più grande!) e ci si arresta non appena si incontra un numero che sia multiplo anche dell'altro (o degli altri).

Ad esempio:

- per determinare il m.c.m. fra 6 e 8, immaginiamo la sequenza dei multipli di 8: 8, 16, 24 *STOP!* 24 è anche multiplo di 6; quindi $m.c.m.(6, 8) = 24$
- per determinare il m.c.m. fra 10, 12 e 15, immaginiamo la sequenza dei multipli di 15: 15, 30, 45, 60 *STOP!* 60 è anche multiplo di 10 e di 12; quindi $m.c.m.(10, 12, 15) = 60$

C'è anche una regola meccanica per determinare il m.c.m.:
basta scomporre i numeri dati in fattori primi, poi prendere
tutti i fattori trovati, comuni e non comuni, ciascuno una sola volta e con l'esponente più alto.
 La regola è valida anche se i numeri sono più di due. Ecco un paio di esempi:

$$\begin{array}{l} m.c.m.(15,18) = ? \\ 15 = 3 \cdot \boxed{5} \\ 18 = \boxed{2} \cdot \boxed{3^2} \\ m.c.m.(15,18) = \boxed{2 \cdot 3^2 \cdot 5} = 90 \end{array} \qquad \begin{array}{l} m.c.m.(32, 36, 40) = ? \\ 32 = \boxed{2^5} \\ 36 = 2^2 \cdot \boxed{3^2} \\ 40 = \boxed{5} \cdot 2^3 \\ m.c.m.(32, 36, 40) = \boxed{2^5 \cdot 3^2 \cdot 5} = 1440 \end{array}$$

Se due interi sono “primi fra loro” (= non hanno divisori comuni, a parte il divisore “banale” 1) allora il loro m.c.m. è il prodotto dei numeri stessi. Ad esempio, $m.c.m.(15, 32) = 15 \cdot 32 = 480$

Una relazione notevole lega il M.C.D. e il m.c.m. di una coppia di interi a, b qualsiasi: se li si moltiplica fra loro, il risultato di questa operazione è uguale al prodotto di a per b!

$$M.C.D.(a, b) \cdot m.c.m.(a, b) = ab$$

♥ **NOTA:** nella scrittura ab , fra la lettera a e la lettera b è sottinteso il puntino di moltiplicazione: $ab = a \cdot b$. In effetti, tale puntino solitamente si tralascia nei casi in cui il numero che starebbe a destra del puntino è simboleggiato da una lettera: $2 \cdot x = 2x$, $x \cdot y = xy$; invece in $x \cdot 2$ o $2 \cdot 3$ NON sarebbe corretto ometterlo.

Ad esempio, puoi verificare, per esercizio, che $M.C.D.(4, 6) \cdot m.c.m.(4, 6) = 4 \cdot 6$

Di conseguenza, $M.C.D.(a, b) = \frac{ab}{m.c.m.(a, b)}$ e $m.c.m.(a, b) = \frac{ab}{M.C.D.(a, b)}$

ESERCIZI Calcola, col metodo che ti sembra più opportuno, il m.c.m. delle seguenti famiglie di interi.

- | | | |
|--------------------|---------------------|--|
| 1) (6, 9) | 2) (11, 33) | 17) Se due numeri hanno per prodotto 2160 e per M.C.D. 12, qual è il loro m.c.m.? |
| 3) (12, 16) | 4) (75, 50) | 18) Se Anna va a fare footing ogni 3 giorni e Bruno ogni 7, e quest'oggi si sono allenati entrambi, fra quanti giorni accadrà di nuovo che facciano allenamento tutti e due? |
| 5) (25, 20) | 6) (72, 108) | |
| 7) (6, 8, 45) | 8) (16, 24, 100) | |
| 9) (8, 10, 12, 15) | 10) (8, 16, 24, 32) | |
| 11) (96, 64) | 12) (216, 320) | |
| 13) (225, 3750) | 14) (16, 20, 24) | |
| 15) (48, 120) | 16) (375, 1250) | |

RISULTATI

- 1) 18 2) 33 3) 48 4) 150 5) 100 6) 216 7) 360 8) 1200
 9) 120 10) 96 11) 192 12) 8640 13) 11250 14) 240 15) 240
 16) 3750 17) 180 18) 21