

## NUMERI INDICATI CON LETTERE; ALTRE ESPRESSIONI NUMERICHE

In Matematica ci si serve molto frequentemente di lettere per indicare dei numeri. Il numero rappresentato da una lettera può essere, a seconda di casi, *variabile*, *costante* o *incognito*. Vedi a proposito pag. 100.

**A) Calcola il valore delle ESPRESSIONI LETTERALI sotto elencate, per i valori delle lettere scritti accanto.**

NOTA ♥ Una scrittura del tipo  $[...]_{a=...}$

significa che si vuole calcolare il valore che l'espressione entro le quadre assume, quando alla lettera si dà il valore specificato.

**Esempio svolto** (vedi la NOTA):

Calcolare  $\frac{(a^2 - a)^2}{a - 1}$  per  $a = -\frac{1}{2}$

Queste quadre servono per "inscatolare" l'espressione, la quale andrà poi calcolata sostituendo al posto della lettera il valore scritto in basso a destra della parentesi chiusa.

$$\left[ \frac{(a^2 - a)^2}{a - 1} \right]_{a = -\frac{1}{2}} = \left[ \frac{\left( \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \left(-\frac{1}{2}\right) \right)^2}{-\frac{1}{2} - 1} \right] = \frac{\left( \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \right)^2}{-\frac{1-2}{2}} = \frac{\left( \frac{3}{4} \right)^2}{-\frac{3}{2}} = \frac{\cancel{9}^3}{\cancel{16}_8} \cdot \left( -\frac{\cancel{2}}{3} \right) = \boxed{-\frac{3}{8}}$$

1) $a(a+2) - 3a$	a) $a = -7$ b) $a = 0$ c) $a = +2$	2) $w(5w-3)$	a) $w = -3/10$ b) $w = 3/5$	3) $\frac{(t-1)(t-2)}{(t-3)(t-4)}$	a) $t = 0$ b) $t = 1$ c) $t = -1$
4) $\frac{4x(x+2y)}{(x-y)^2}$	a) $x = -2, y = 2$ b) $x = -1/4, y = -1/2$ c) $x = -1, y = 1/2$	5) $\frac{\frac{a-b}{b-a}}{a+b}$	a) $a = -1, b = 2$ c) $a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{4}$	b) $a = 2, b = -4$ d) $a = 2, b = \frac{1}{3}$	e) $a = -\frac{1}{5}, b = 1$
6) $\frac{m^4 - m^3}{-m^2 + 2}$	a) $m = 2$ b) $m = -2$	7) $(x+1)^2 - (x-1)^2 - 4x$	a) $x = 1$ d) $x = -3$	b) $x = 2$ e) $x = 1/3$	c) $x = 3$ f) $x = -4/5$

**B) Le uguaglianze sotto elencate sono delle EQUAZIONI, ossia di fronte ad esse ci domandiamo: esistono dei valori della lettera che verificano l'uguaglianza?**

**E in caso affermativo, quali sono?** (pag. 149).

**Accanto a ciascuna sono proposti dei valori per la lettera; di essi, alcuni sono soluzione, altri no.**

**Sostituisci, per riconoscere le soluzioni.**

**Esempio svolto**

Quali, fra i numeri  $-1, -2, -3$ , sono soluzioni dell'equazione  $1 - x^2 = 4(x+1)$  ?

Con  $x = -1$ :  $1 - (-1)^2 = 4(-1+1)$ ;  $1 - 1 = 4 \cdot 0$ ;  $0 = 0$  OK, è soluzione

Con  $x = -2$ :  $1 - (-2)^2 = 4(-2+1)$ ;  $1 - 4 = 4 \cdot (-1)$ ;  $-3 = -4$  **NO**

Con  $x = -3$ :  $1 - (-3)^2 = 4(-3+1)$ ;  $1 - 9 = 4 \cdot (-2)$ ;  $-8 = -8$  OK, è soluzione

8) $x(x-2) = 6-x$	3, 2, 1, 0, -1, -2, -3	9) $(x+4)^2 - x^2 = 2(x+1)$	-3, $-\frac{8}{3}$ , $-\frac{7}{3}$ , -2
10) $-\frac{1}{2}\left(5 + \frac{3}{x}\right) + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}\left(1 - \frac{1}{x}\right) + 2$	1, -1, $-\frac{1}{4}$ , 0	11) $\frac{x+2}{x^2+5x-24} - \frac{1}{x^2-5x+6} = 0$	0, -3, +3, 4
12) $\frac{5}{8}a - \frac{9a-1}{16} = 0$	1, -1, 2, -2	13) $y(9y^3 + 12y^2 + 2) = 11y^2$	0, -1, -2, $\frac{1}{3}$

14) Prova a risolvere per tentativi le equazioncine che seguono

(ciascuna delle quali ha una sola soluzione, tranne la c) che ne ha due).

Si tratta di provare a trovare "a mente" quel numero che sostituito al posto di  $x$  rende vera l'uguaglianza.

a)  $\frac{10}{x} = -5$    b)  $\frac{1}{4}x - 3 = 0$    c)  $x^2 = x + 30$    d)  $24(x+7) = 0$    e)  $\sqrt{x} + 1 = 9$

**C) Si può dimostrare che le uguaglianze sotto elencate sono delle IDENTITÀ' (vedi pag. 149 in fondo); vale a dire, valgono per qualsiasi valore "ammissibile" delle lettere coinvolte. Un valore non è "ammissibile" se dà luogo a un'operazione "non eseguibile" (es. la divisione per 0). Verifica la validità di ciascuna identità, per i valori delle lettere specificati accanto.**

**Esempio svolto:** verifica la validità dell'identità  $\frac{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}}{a^2 - b^2} = -\frac{1}{ab(a+b)}$  nel caso  $a = 3, b = -6$

$$\frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{-6}}{3^2 - (-6)^2} = -\frac{1}{3 \cdot (-6) \cdot (3-6)} \quad \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{6}}{9-36} = -\frac{1}{-18 \cdot (-3)} \quad \frac{\frac{3}{6}}{-27} = -\frac{1}{54} \quad \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{27}\right) = -\frac{1}{54} \quad -\frac{1}{54} = -\frac{1}{54} \quad \boxed{OK!!!}$$

15) $\frac{\frac{a}{b} - \frac{b}{a}}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = a - b$	$a = 4, b = 5$ $a = -1, b = 1/2$ $a = -2/3, b = -2$	16) $\frac{x-y}{\frac{1}{y-1} - \frac{1}{x-1}} = (x-1)(y-1)$	$x = 3, y = -2$ $x = 2, y = -1/2$ $x = 1, y = 3$ (?) $\Rightarrow$
17) $\frac{k+1}{k-1} - \frac{k-1}{k+1} = \frac{4k}{k^2-1}$	$k = 0; k = 2;$ $k = 3; k = -1/2$	18) $\frac{1}{m-1} + \frac{m}{1-m^2} = \frac{1}{m^2-1}$	$m = 2; m = -2; m = 0;$ $m = 3/5; m = -1/4$
19) $\frac{1}{(a-b)(a-c)} + \frac{1}{(b-a)(b-c)} + \frac{1}{(c-a)(c-b)} = 0$	$a = 2, b = 4, c = 6$ $a = 1, b = 1/2, c = 1/3$	$a = 0, b = -3, c = 5$ $a = -1/2, b = -1/3, c = -1/4$	

#### D) Altre espressioni numeriche

$$20) -\frac{2}{3} : \left(-1 - \frac{2}{3}\right) - \left[-\left(-\frac{7}{5}\right)\right] \quad 21) \left(\frac{1}{6} - \frac{2}{5}\right) \left(\frac{1}{14} - \frac{2}{7}\right) - \left(-\frac{1}{20} + \frac{1}{5}\right) \quad 22) \frac{1}{3} - \frac{5}{2} \cdot \left(+\frac{3}{2} - \frac{7}{10}\right) : \left(-1 + \frac{1}{4}\right)$$

$$23) \left(-\frac{13}{60} + \frac{7}{20}\right) : \left(\frac{3}{10} - \frac{4}{15}\right) \quad 24) \left[-1 - \left(-\frac{1}{5} - \frac{1}{15}\right) \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)\right] \cdot \left(-3 - \frac{9}{2}\right) \quad 25) \left[\left(-\frac{2}{3} - \frac{3}{2}\right) \cdot \frac{1}{26} - \frac{1}{18}\right] : \left(1 - \frac{7}{12}\right)$$

$$26) \left[\left(-\frac{1}{3} + \frac{1}{12}\right) \cdot \left(-\frac{8}{3}\right) + \frac{1}{3}\right] : \left(-\frac{1}{2}\right) + 1 \quad 27) \left[\frac{3}{4} \cdot \left(-1 + \frac{1}{3}\right) - \frac{1}{6}\right] \cdot \frac{3}{2} + 1 \quad 28) \left\{\left[-9 : (-15) - \frac{7}{5}\right] \cdot \frac{1}{2}\right\} : \left(-\frac{1}{5}\right)$$

$$29) 6 - 1 : \left\{\left[\left(-\frac{3}{4} - 1\right) \cdot \left(-\frac{2}{7}\right) - \frac{3}{2}\right] \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{3}\right) + \frac{1}{12}\right\} \quad 30) \left(1 - \frac{1}{7}\right) \cdot \frac{2^3}{2^3 - 1} : (-24) - \frac{2 \cdot 5^2 + 1}{7} : (-7)$$

$$31) 3 \cdot \left[\frac{1}{3} - \left(\frac{3}{8} - \frac{7}{12}\right) \left(\frac{-5^2 + 1}{5}\right)\right] \quad 32) -\frac{3}{7} \cdot \left[-\frac{1}{3} - \frac{1}{(-2)^2}\right] \cdot (-2^2) \quad 33) +\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{5} - \frac{7}{5}\right) - \left(\frac{-1}{12} - 6^{-1} - 2^{-2}\right)$$

$$34) \left\{(-2)^3 \cdot \left[-(-2)^{-1} - 0,75\right] - 2^2 - 1^2\right\} \cdot (6^{-1} - 2^{-1}) \quad 35) \left[\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - (0,2)^{-1}\right] \cdot \left(-0,5 - \frac{1}{5}\right) - 10^{-1}$$

$$36) \frac{-1 - \frac{1}{6} + \frac{2}{3} + \frac{-1 - 2^{-1} + 2^{-2}}{1 - \frac{1}{6} - \frac{2}{3}}}{-(-2)^3} \quad 37) \left(\frac{-0,15 - \frac{4}{5}}{-0,35 + \frac{3}{10}} + 1\right) \cdot \left(\frac{1}{15} - \frac{1}{6}\right) \quad 38) \frac{-\left(\frac{\frac{1}{6} - \frac{1}{4} - \frac{1}{6} + \frac{1}{2}}{\frac{1}{6} + \frac{1}{4} - \frac{1}{6} - \frac{1}{2}}\right) + \frac{2}{3^{-2}}}{\frac{3}{10} - \frac{1}{5}}$$

#### RISPOSTE

- 1) a) 56 b) 0 c) 2 2) a) 27/20 b) 0 3) a) 1/6 b) 0 c) 3/10 4) a) -1 b) 20 c) 0  
 5) a)  $\frac{3}{2}$  b)  $-\frac{3}{4}$  c) 2 d)  $\frac{5}{2}$  e) 6 6) a) -4 b) -12 7) a, b, c, d, e, f): 0  
 8)  $x = 3, x = -2$  9)  $x = -7/3$  10)  $x = -1/4$  11)  $x = -3, x = 4$  12)  $a = -1$  13)  $y = 0, y = -2, y = 1/3$   
 14) a)  $x = -2$  b)  $x = 12$  c)  $x = 6$  oppure  $x = -5$  d)  $x = -7$  e)  $x = 64$   
 16) Qui il valore 1 non è ammissibile per  $x!$  Infatti, ponendo  $x = 1$ , si otterrebbe un denominatore uguale a 0, e la divisione per 0 è una "operazione non eseguibile" (illegal operation).  
 20) -1 21) -1/10 22) 3 23) 4 24) 8 25) -1/3 26) -1 27) 0 28) 2 29) 0  
 30) 1 31) -2 32) -1 33) 0 34) 1 35) 2 36) -1 37) -2 38) 0