

## 11. DUE RIGHE DI STORIA (GRAZIE a Stefano Barbero dell'Università di Torino!)

La presenza dei numeri relativi nella storia dell'uomo si può far risalire alle civiltà antiche in cui si svilupparono i commerci e le attività agricole.

L'aumentare degli scambi di merci fece comparire il concetto di debito o spesa, che si contrapponeva a quello di guadagno o ricavo. Occorreva in qualche modo segnalare e distinguere nei conteggi i numeri associati a cose che si dovevano dare o erano andate perse da quelli concernenti cose che si avevano o venivano acquisite.

Le prime testimonianze scritte di questa distinzione tra numeri si possono ritrovare già in testi cuneiformi babilonesi risalenti all'epoca intorno al 2000 a. C.: piccole raccolte di problemi di matematica di autore ignoto, in cui compaiono quantità indicanti debiti commerciali. Sempre in tavolette babilonesi di autore sconosciuto, risalenti al III secolo a. C., si usano numeri finalizzati a rappresentare debiti o mancanze, accanto a quantità relative a tempi e misurazioni astronomiche, e persino alcune regole di calcolo coinvolgenti i numeri negativi.

L'idea che numeri di questo genere, indicanti qualcosa che ci viene tolto o che non si possiede, potessero essere accettati come soluzioni di problemi o manipolati con regole ben precise compatibili con quelle degli altri numeri "normali", dovette comunque affermarsi a fatica nel corso dei secoli.

Altre testimonianze dell'uso di numeri negativi si ritrovano nel testo *Arithmetica* del matematico greco Diofanto (circa 250 d. C.) il quale fa cenno a due categorie di numeri distinti da lui chiamati *numeri additivi* e *numeri sottrattivi* ed enuncia, forse per primo, la regola che descrive il prodotto fra due negativi: "meno per meno fa più".

Pure i matematici ed i contabili cinesi e indiani fecero ricorso a numeri dotati di segno.

In Cina già a partire dal III secolo a.C. si era sviluppato un sistema di calcolo algebrico, il *cheng fu shu*, o "operazioni positive e negative", in cui i numeri venivano rappresentati mediante bacchette di colore diverso: rosse a indicare i positivi (*cheng*) e nere per i negativi (*fu*).

E altrettanto in India ritroviamo la concezione di credito e debito, con l'uso di numeri negativi per esprimere quest'ultimo.

Il matematico Brahmagupta (circa 628 d. C.) pare si trovasse a risolvere un problema di contabilità per il proprio sovrano quando ebbe l'intuizione, per agevolare i propri calcoli, di rappresentare su di una sbarretta i numeri indicanti i debiti ed i crediti rispettivamente a sinistra e a destra di un punto rappresentante lo zero (introdotto, quest'ultimo, proprio dai matematici indiani).

Egli aveva compreso le regole algebriche fondamentali con cui operare mediante numeri relativi, e rappresentava i negativi antepoendo loro un punto.

Bhaskara, un altro matematico indiano (circa 600 d. C.), iniziò a riflettere intorno a questioni più delicate sulla natura dei numeri relativi.

Egli osservò per primo che, dato un numero positivo, esistono due numeri, uno positivo e l'altro negativo, il cui quadrato uguagli il numero di partenza, ma che ciò non avviene invece se il numero assegnato è negativo: elevando, infatti, un numero al quadrato, non si può mai ottenere risultato negativo.

Egli dava inoltre come indicazione generale di scartare, in quanto prive di senso, eventuali soluzioni negative di problemi.



*Una tavoletta cuneiforme con i primi esempi di problemi di matematica che facevano incidentalmente uso anche di numeri negativi*



*L'Arithmetica di Diofanto in una traduzione latina del 1621*

Questa diffidenza per i numeri relativi si tramandò, insieme al loro uso, ai matematici arabi, come Al-Khuwarizmi (circa 825 d. C.), che con i loro trattati fusero le conoscenze del mondo greco con quelle delle culture orientali, tramandandole ai matematici europei del medioevo.

Famoso fra questi fu Leonardo Pisano detto Fibonacci (circa 1170 - circa 1250) che con i suoi trattati introdusse la notazione numerica arabo-indiana in Occidente e con essa anche i numeri che indicavano debiti e crediti, facendone uso nei calcoli ma scartando ancora le soluzioni negative dei problemi.



In realtà i numeri negativi sembravano portare con sé un'aura sinistra di *non-numeri* o di numeri "strani", tanto che nei secoli XV-XVII venivano comunemente chiamati *numeri absurdi* dai matematici europei. Girolamo Cardano (1501-1576?) e Cartesio (1596-1650) usarono in modo rilevante i numeri relativi nei loro trattati rispettivamente sulle equazioni di terzo grado e sui fondamenti della geometria analitica, ma non ritenevano corrette e significative soluzioni negative di equazioni.

Il primo matematico moderno a concepire numeri relativi come soluzioni di equazioni fu l'italiano Rafael Bombelli (1526-1572) che mostrò come i numeri negativi potessero avere un significato anche nella vita di ogni giorno se si dà loro la giusta interpretazione. Con un semplice esempio ("se io fossi con 15 scudi e fossi in debito di 20 una volta che avessi dato i 15 resterei con un debito di 5 cioè di *meno* 5 scudi") illustrò in modo semplice quel che intendeva per interpretazione corretta.

Egli introdusse una notazione che si mantenne e si diffuse, utilizzando per indicare i numeri negativi la lettera corsiva *m* che abbreviava la parola *minus*, atta ad esprimere la loro origine come quantità legate ad una perdita o a un debito. Questa lettera corsiva col tempo si tramutò nel semplice trattino che adottiamo ai giorni nostri, e che è finito col combaciare con il segno dell'operazione di sottrazione.



*L'immagine del frontespizio del libro di Bombelli (a sinistra) ...*

*... e (a destra) quella di una pagina dove per la prima volta egli dà un'interpretazione interessante delle soluzioni negative dei problemi e dove introduce le notazioni *p* ed *m* per indicare i numeri in credito e debito.*

*Del sommare più, e meno.*

Più con più si aggiunge insieme, e fa più. Meno con meno si aggiunge insieme, e fa meno. Più con meno si caua la minor quantità dalla maggiore, e quello che resta, è della natura della maggiore (come. Se si sommarà più 10 con più 6,) fa più 16, & è, come à dire; lo mi trouo 10 scudi in vna mano, e 6 nell'altra, che insieme faranno 16 meno 10, con m. 10 fa meno 30, & è (come se io mi trouassi debitore di vno scudi 20, e di vn'altro 10.) Io hauerei in tutto debito scudi 30, & à sommar più 16, con m. 8, è come, se io haueffi scudi 16, e ne haueffi debito 8, che pagato il debito mi restarebbono scudi 8, E p. 15 con m. 20 fa m. 5. perche se io mi trouassi scudi 15, e ne fossi debitore 20, pagati li 15 restarei debitore 5, e si sono posti questi esempj tanto facili per chiarezza di vn principiante, e questo basta quanto al sommare.

Altri matematici iniziarono a comprendere quante possibili applicazioni ed interpretazioni potevano avere i numeri relativi all'interno della Matematica e della nascente Fisica.

Possiamo ricordare Simon Stevin (1548-1620) che accettò come soluzioni di equazioni i numeri negativi e iniziò ad impiegarli in Fisica. Insieme a Bombelli immaginò anche che i numeri relativi avessero una loro interpretazione come lunghezze rappresentabili su una retta con un'origine, e che questo modo di vederli potesse aiutare i matematici a comprendere meglio il loro significato.

Contraddizioni e dispute sulla loro definizione rigorosa, sul loro uso e sul loro ruolo e legame con gli altri insiemi numerici, si risolveranno solo nell'Ottocento e agli inizi del Novecento.

Gradualmente sempre più i numeri relativi svelarono le loro potenzialità, ed entrarono a far parte della Matematica a pieno diritto grazie ai trattati di Eulero (1707-1783) e Gauss (1777-1855).

Fu persino rimessa in discussione la questione di Baskhara sull'esistenza di numeri con quadrato negativo ... ma questa è un'altra (affascinante) storia!