9. UNIONE

Dati due insiemi A e B, si dice "unione" fra A e B ,
e si indica con il simbolo $\mathbf{A \cup B}$ (leggi: " A unione B "),
l'insieme i cui elementi sono tutti gli elementi che appartengono o ad A, o a B,
dove la particella "o" deve essere intesa in senso "inclusivo" (come il VEL della lingua latina)
e *non* esclusivo, come sarebbe invece il latino AUT; cioè, è inclusa
anche la possibilità che l'elemento appartenga sia ad A che a B contemporaneamente.

Insomma, un elemento appartiene ad $A \cup B$ qualora appartenga ad ALMENO UNO dei due insiemi A, B;
in altre parole, appartengono ad $A \cup B$ quegli elementi che appartengono:
1) ad A ma non a B; 2) a B ma non ad A; 3) sia ad A che a B.

Schematicamente:

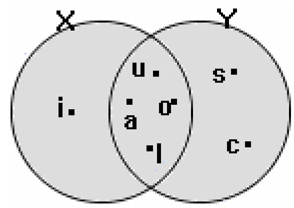
$\boxed{A \cup B = \{x / x \in A \vee x \in B\}}$ $A \cup B$ è l'insieme degli oggetti *x* tali che *x* appartiene ad A, VEL *x* appartiene a B

$\boxed{A \cap B = \{x / x \in A \wedge x \in B\}}$ $A \cap B$ è l'insieme degli oggetti *x* tali che *x* appartiene ad A, ET *x* appartiene a B

♥ Nota bene la **somiglianza fra i simboli** $\cup$ (unione), $\vee$ ("vel" logico); $\cap$ (intersezione), $\wedge$ ("et" logico)

Esempi:

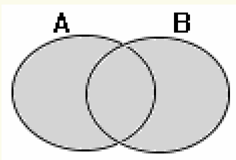
a) Se
$A = \{\text{numeri naturali minori di } 10\} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
$B = \{\text{numeri pari}\} = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, ...\}$
allora $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 14, 16, ...\}$



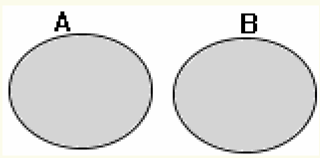
b) Se $X = \{a, i, u, o, l\}$, $Y = \{s, c, u, o, l, a\}$,
allora $X \cup Y = \{a, i, u, o, l, s, c\}$ (*vedi figura*)

c) Se $A = \{\text{abitanti di Milano}\}$ e $B = \{\text{abitanti dell'Italia}\}$, allora $A \cup B = \{\text{abitanti dell'Italia}\} = B$
In generale, se $\mathbf{A \subseteq B}$, allora $\mathbf{A \cup B = B}$.

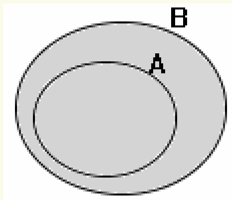
RAPPRESENTAZIONE GRAFICA DELL'UNIONE fra due insiemi A, B



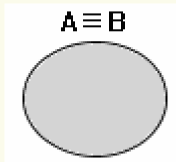
La situazione più generale. L'**unione** fra A e B è il **territorio interno ad almeno uno tra i recinti** A, B



A, B non hanno elementi comuni (si dice che A, B sono "**disgiunti**"). L'**unione** di A e B è **tutto il territorio ombreggiato**



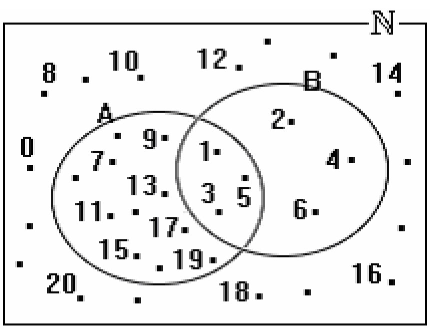
Uno dei due insiemi è sottoinsieme dell'altro: l'unione è l'insieme più grande
Se $A \subseteq B$, *allora* $A \cup B = B$



I due insiemi coincidono: anche l'unione coincide con ciascuno di essi

ESERCIZIO SVOLTO

Rappresenta, in uno stesso diagramma di Venn, gli insiemi seguenti:
$\mathbb{N} = \{\textit{numeri naturali}\}$; $A = \{\textit{numeri dispari}\}$; $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
Definisci poi, per elencazione, gli insiemi $A \cap B$, $A \cup B$.



Tanto A quanto B sono sottoinsiemi di $\mathbb{N}$;
il recinto $\mathbb{N}$ contiene quindi al suo interno
sia il recinto A che il recinto B.
In pratica, l'insieme $\mathbb{N}$ è il "grande insieme"
in cui gli altri due sono "immersi":
in casi come questo, si parla di "insieme universo"
o "insieme ambiente" (se ne occupa in particolare il paragrafo 12).
L'insieme che fa da "insieme universo" in un certo contesto,
viene di solito rappresentato con un rettangolo anziché un ovale.

Risposte: $A \cap B = \{1, 3, 5\}$; $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, ...\}$