

8. ESPRESSIONI CON ESPONENTI LETTERALI

Ecco una piccola **rassegna di esempi svolti**.

$$a^{3k+1} \cdot a^{2k+3} = a^{(3k+1)+(2k+3)} = a^{3k+1+2k+3} = a^{5k+4} \quad (\text{ propr. add. degli esp.})$$

$$a^{3k+1} : a^{2k+3} = a^{(3k+1)-(2k+3)} = a^{3k+1-2k-3} = a^{k-2} \quad (\text{ propr. sottr. degli esp.})$$

$$(a^{3k+1})^{2k+3} = a^{(3k+1)(2k+3)} = a^{6k^2+9k+2k+3} = a^{6k^2+11k+3} \quad (\text{ propr. molt. degli esp.})$$

$$\frac{1}{2}t^{3k} \cdot \frac{1}{5}t^k = \frac{1}{10}t^{3k+k} = \frac{1}{10}t^{4k} \quad \frac{1}{2}t^{3k} : \left(\frac{1}{5}t^k\right) = \frac{1}{2}t^{3k} \cdot 5t^{-k} = \frac{5}{2}t^{2k}$$

$$(a^{n+2} + a^n) \cdot a^3 = a^{n+5} + a^{n+3} \quad (a^{n+2} + a^n) : a^3 = a^{n-1} + a^{n-3}$$

$$a^x \cdot a^x = a^{2x} \quad a^x : a^x = 1 \quad (a^x)^x = a^{x^2} \quad a^x + a^x = 2a^x$$

$$a^x \cdot a^2 = a^{x+2} \quad a^x : a^2 = a^{x-2} \quad (a^x)^2 = a^{2x} \quad a^x + a^2 = \text{STOP}$$

(non sono monomi simili)

$$a^x \cdot a = a^{x+1} \quad a^x : a = a^{x-1} \quad (a^x)^y = a^{xy} \quad a^x + a^y = \text{STOP}$$

$$a^x \cdot a^{x-3} = a^{2x-3} \quad a^x : a^{x-3} = a^3 \quad (a^x)^{x-3} = a^{x^2-3x} \quad a^x + a^{x-3} = \text{STOP}$$

$$a^{x+y} \cdot a^{x-y} = a^{x+y+x-y} = a^{2x} \quad a^{x+y} : a^{x-y} = a^{x+y-x+y} = a^{2y}$$

$$(a^{x+y})^{x-y} = a^{(x+y)(x-y)} = a^{x^2 - \cancel{xy} + \cancel{xy} - y^2} = a^{x^2 - y^2}$$

$$(x^n + 2)(x^n - 3) = x^{2n} - 3x^n + 2x^n - 6 = x^{2n} - x^n - 6$$

$$(a^b)^3 : (a^{b-c})^2 = a^{3b} : a^{2b-2c} = a^{3b-2b+2c} = a^{b+2c} \quad a^k (2a^k + 3a) = 2a^{2k} + 3a^{k+1}$$

NOTA 1 - Oppure:

$$a^{3k+1} : a^{2k+3} = a^{3k+1} \cdot a^{-(2k+3)} = a^{3k+1} \cdot a^{-2k-3} = a^{3k+1-2k-3} = a^{k-2}$$

DIVIDERE per una lettera elevata ad esponente è come **MOLTIPLICARE** per quella stessa lettera con **ESPONENTE CAMBIATO DI SEGNO!**

♥ **NOTA 2**

☹ *Professore, non riesco a convincermi del fatto che $(a^x)^x = a^{x^2}$...*
Mi confondo, e sono portato a scrivere che il risultato è invece a^{2x} ...

☺ **Pierino, quando hai qualche dubbio, prova a dare un valore numerico alla lettera che compare a esponente!**

Ad es., con $x = 3$ avresti $(a^3)^3 = (a^3)^3$.

Ora, il risultato è a^9 , che va d'accordo con a^{x^2} e **NON** con a^{2x} !!!

ESERCIZI

- 1) $6x^{n-1} \cdot 3x^{n-2}$ 2) $6x^{n-1} : (3x^{n-2})$ 3) $(x^{n-1})^{n-2}$ 4) $\frac{2}{3}a^{y+2} \cdot \frac{3}{4}a^{2y} \cdot \frac{4}{5}a^2$ 5) $2a^x \cdot 3a$
- 6) $2a^x : (3a)$ 7) $(3x^m)^2$ 8) $(3x^m)^n$ 9) $\frac{1}{2}b^n \left(\frac{1}{4}b^{2n} - \frac{1}{3}b^n + 2 \right)$ 10) $(a^x + 2a^y)(3a^x - 4a)$
- 11) $(x^p + 1)(x^p + 2)(x^p + 3)$ 12) $[a(a^p + a^q) + a^{p+1}] : a^2$ 13) $a^x \cdot a^{-x}$ 14) $a^x : a^{-x}$ 15) $(a^x)^{-x}$
- 16) $[x^{2k+3} : (3x^{k-1})]^2$ 17) $(ab)^b : a$ 18) $3x^k + x^{-k} - 2(x^k + x^{-k})$ 19) $(a + b^m)(a + b^n)$
- 20) $(a^x - 3)(a^x + 4) - (a^x + 3)(a^x - 4)$ 21) $(a^x)^y \cdot a^x$ 22) $a^{x-y+2} \cdot a^{2x+y-1}$ 23) $a^{x-y+2} : a^{2x+y-1}$
- 24) $(a^y - 1)(a^y - 2) + 2(a^y - 3)(a^y + 1)$ 25) $2a : \left(-\frac{3}{4}a^{n-2} \right)^{-3}$ 26) $3h^{2p+1} \cdot 4h^{p-2}$ 27) $3h^{2p+1} : (4h^{p-2})$
- 28) $\frac{4h^{p-2}}{3h^{2p+1}}$ 29) $2a^{x+1} + (a^x - a)(a^x - 1) - [(a^x)^2 + a - a^{2x} : a^x]$ 30) $(3c^k)^2 : (c^{2+h})^k - \left(\frac{1}{9}c^{hk} \right)^{-1}$

RISULTATI

- 1) $18x^{2n-3}$ 2) $2x$ 3) x^{n^2-3n+2} 4) $\frac{2}{5}a^{3y+4}$ 5) $6a^{x+1}$ 6) $\frac{2}{3}a^{x-1}$ 7) $9x^{2m}$ 8) $3^n x^{mn}$ 9) $\frac{1}{8}b^{3n} - \frac{1}{6}b^{2n} + b^n$
- 10) $3a^{2x} - 4a^{x+1} + 6a^{x+y} - 8a^{y+1}$ 11) $x^{3p} + 6x^{2p} + 11x^p + 6$ 12) $2a^{p-1} + a^{q-1}$ 13) 1 14) a^{2x} 15) a^{-x^2}
- 16) $\frac{1}{9}x^{2k+8}$ 17) a^{b^2-1} 18) $x^k - x^{-k}$ 19) $a^2 + ab^n + ab^m + b^{m+n}$ 20) $2a^x$ 21) a^{xy+x} 22) a^{3x+1}
- 23) $a^{-x-2y+3}$ 24) $3a^{2y} - 7a^y - 4$ 25) $-\frac{27}{32}a^{3n-5}$ 26) $12h^{3p-1}$ 27) $\frac{3}{4}h^{p+3}$ 28) $\frac{4}{3}h^{-p-3}$ 29) a^{x+1} 30) 0