10. ESPRESSIONI VARIE CON POLINOMI

Esempi svolti:

A) $\boxed{\left[x(2x+3)-2x(x+1)+4\right](x-2)+2(4-x)} =$

$\left(\cancel{2x^2}\ \underline{+3x}\ \cancel{-2x^2}\ \underline{-2x}+4\right)(x-2)+8-2x=$

$=(x+4)(x-2)+8-2x=$

$=x^2\ \cancel{-2x}\ \cancel{+4x}\ \cancel{-8}\ \cancel{+8}\ \cancel{-2x}\ = x^2$

SUGGERIMENTI

da amico!

I) La **sottolineatura** delle famigliole di **termini simili** è **preziosa**, e caldamente **consigliata**.

II) **RILEGGI** sempre **attentamente** **dopo ogni passaggio**!

B) $\boxed{\left(a^2-2ab-b^2\right)(2b-a)-2a\left(3a^2+2ab-2b^2\right)-(a-2b)\cdot b^2+(2a)^3} =$

$=\ \cancel{2a^2b}\ -a^3\ \cancel{-4ab^2}\ \cancel{+2a^2b}\ \cancel{-2b^3}\ \cancel{+ab^2}\ -6a^3\ \cancel{-4a^2b}\ \cancel{+4ab^2}\ \cancel{-ab^2}\ \cancel{+2b^3}\ +8a^3 = a^3$

C) $\boxed{\frac{1}{2}\left[x\left(x^2-1\right)-2(x-1)\left(x^2-x-1\right)-(2-x)\left(x^2-2x-1\right)\right]} =$

$=\frac{1}{2}\left[x^3-x-2\left(x^3\underline{-x^2}\ \cancel{-x}\ \underline{-x^2}\ \cancel{+x}+1\right)-\left(2x^2-4x-2-x^3+2x^2+x\right)\right]=$

$=\frac{1}{2}\left[x^3-x-2\left(x^3-2x^2+1\right)-\left(4x^2-3x-2-x^3\right)\right]=\frac{1}{2}\left(\cancel{x^3}\ \underline{-x}\ \cancel{-2x^3}\ \cancel{+4x^2}\ \cancel{-2}\ \cancel{-4x^2}\ \underline{+3x}\ \cancel{+2}\ \cancel{+x^3}\right)=\frac{1}{2}\cdot 2x = x$

11a. ESERCIZI (ESPRESSIONI CON POLINOMI) (freccia = **link verso la correzione**)

1) $9a-(7a-b-1)-(a+b-5)-6$ ⇨

2) $x^2-\left(-3x^2-5x+2\right)+(2x-4)-7x$

3) $-\left(-b^2+4a^2-ab\right)+a^2+\left(3a^2-ab+b^2\right)$ ⇨

4) $\frac{1}{5}c-\left(-\frac{3}{8}c+5d\right)-\left(\frac{19}{40}c-3d\right)+\left(-\frac{1}{10}c+3d\right)$ ⇨

5) $6xy-\left(x^2-xy-y^2\right)+\left(-5x^2-7xy\right)-\left(+11y^2-6x^2\right)+10y^2$

6) $\frac{1}{3}x^2-\left(\frac{4}{5}x^2+\frac{2}{3}x+1\right)-\left(-\frac{1}{6}x+\frac{7}{15}x^2-2\right)+\left(\frac{14}{15}x^2+\frac{1}{2}x\right)$

7) $\frac{5}{4}ab^2-\left[\left(\frac{1}{4}ab^2-\frac{7}{3}ab+a\right)-\left(-\frac{4}{3}ab+2a\right)\right]$

8) $3a(2a-5b)-b(3a-4b)-6a(a-3b)-3b^2$ ⇨

9) $-ab\left(a^2+2b^2\right)-\left[a\left(a^2b-b^3\right)-b\left(ab^2+a^3\right)\right]+(ab)^3:(-b)^2$

10) $(3x+y)\cdot 2x-\left\{4x(x-2y)-2\left[x(3x+y)-2x(2x+3y)\right]\right\}$

11) $\left\{-3c\left[-3c(2c-1)-(5c+1)\right]-2c^2(-5+9c)+13c\right\}\cdot\frac{1}{16}$

12) $4(a+2)(a-3)-(2a-1)(2a-5)+29$ ⇨

13) $\left(a^2-3a+2\right)(a+3)-(a-1)(a+2)(a-3)+2a$ ⇨

14) $3(x-2)(x-1)-(2x+3)(x-6)$

15) $(a+b)(3a-b)-5b(-a+b)-3(a-b)(a+2b)$

16) $-x^2+2x(3-x)(1+x)-(1-x)\left(2x^2-x+1\right)$

17) $1+x(3x-2)-(x+1)\left(x^2-x+1\right)+x(x-1)(x-2)$

18) $9a^2b^2+\left[\frac{3}{4}a\left(2a-\frac{1}{6}b\right)-\left(3a-\frac{1}{4}b\right)\left(\frac{1}{2}a+b\right)\right]\left(\frac{1}{4}b^2+3ab\right)-\left(\frac{1}{2}b\right)^4$

19) $2(3a-1)(2a+1)-(4a-1)(3a+1)+1$ ⇨ (clicca sulla freccia per utili suggerimenti!)

20) $2(y-1)(2y+1)-(y+1)(y-2)-3y(y-1)$

21) $(x+3)(x+4)-2(x-1)(x-6)-x(21-x)$

22) $2(t-2)(t-5)-(t+2)(2t+10)+7\cdot 4t$

23) $-(x-1)\left(x^2+x+1\right)-x(2-x)(x-4)+6x^2$

24) $4(a+1)(2a+1)-(4a-1)(2a-3)-1$

25) $\left[(a+b)(a-2b)-(a-b)(a+2b)\right]:(-2b)$

26) $28+3(b-2)(4-b)-b(b+18)+4\left(b^2-1\right)$

27) $6(x-y)(x+2y)-(3x+y)(2x-y)-7y(x-3y)$

28) $-\left(2a^2-ax-3x^2\right)(x-3a)+\left(3a^2+2ax-x^2\right)(3x-2a)$

29) $\frac{x^2}{4}-x\left(\frac{3}{4}x^2-\frac{5}{2}x\right)\left(\frac{5}{4}x+\frac{3}{2}\right)-\frac{1}{16}x^4-2x^2\cdot x$

30) $y^3+11y+(y+1)(y+2)(y+3)-2(y-1)(y-2)(y-3)-18(y^2+1)$

31) $0{,}5\cdot\left[2(a-3b)(2a-b)-3(2a+b)(a-3b)-(5b-4a)(a+b)\right]-5b^2$

32) $(3x-1)(2x-1)(x-1)-(6x+1)(x^2-1)-12(1-x)x$ 33) $\frac{1}{8}a^2-2\left(\frac{3}{8}a-b\right)\left(\frac{3}{2}a+4b\right)-8b^2$

34) $(a+10b)\cdot ab+(a+b)(a+3b)(a-5b)-\left[2b^2(a-8b)-9ab^2\right]$

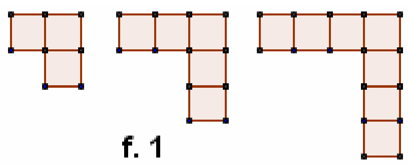
35) $\left(3a^2-a+\frac{1}{6}\right)\left(3a^2+a-\frac{1}{6}\right)-\left(3a^2+\frac{1}{4}\right)\left(3a^2-\frac{1}{9}\right)+\frac{2}{3}\left(\frac{17}{8}a+1\right)\cdot a$ ⇨

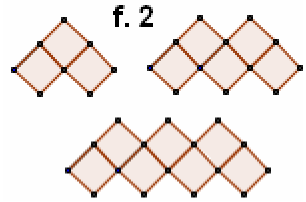
36) $\frac{1}{4}m\left(\frac{5}{4}m-1\right)-\frac{1}{2}m\left(\frac{2}{3}m-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{3}{4}m+\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{2}m^2+\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{2}m-1\right)+\frac{1}{9}(m^2+12)$

37) $x(2x-1)(x+1)(x-2)+(1-x)(2+x)(1+x)(1+2x)+x^2(8x+3)-(7x+1)$

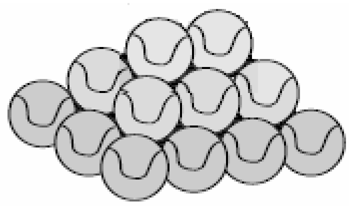
38) $(a+1)(a+2)(a+3)(a+4)-(a-1)(a+2)(a-3)(a+4)-16a(3a+4)-(2a)^3$

39) Anna si diverte a utilizzare dei cerini per delimitare quadrati disposti come in fig. 1, mentre Betta li colloca come in figura 2.
Ora, indichiamo con *n* un generico intero dispari. Volendo realizzare *n* quadrati,
a) di quanti fiammiferi necessiterebbe ciascuna?
b) E quanti fiammiferi starebbero sul contorno della figura, nei due casi?


f. 1


f. 2

40) La figura qui a fianco mostra alcune palline da tennis sistemate su più strati sovrapposti: quello più in alto è formato da 2 palline soltanto, quello appena sotto da 6 palline, quello sotto ancora da 12, ecc.
Se ora si avessero *n* strati,
quante sarebbero le palline dello strato inferiore?



RISULTATI

1) a 2) $4x^2-6$ 3) $2b^2$ 4) d 5) 0 6) 1 7) ab^2+ab+a 8) b^2 9) 0 10) 0 11) c^2+c 12) $8a$
13) $2a^2$ 14) x^2+24 15) $4ab$ 16) $8x-1$ 17) 0 18) 0 19) a 20) $2y$ 21) 0 22) 0 23) $8x+1$ 24) $26a$
25) a 26) 0 27) $10y^2$ 28) 0 29) $4x^2-x^4$ 30) 0 31) a^2 32) 0 33) $-a^2$ 34) a^3+b^3 35) a 36) 1 37) 1
38) 0 39) L'espressione è la stessa nei due casi: a) $4+(n-1)\cdot 3=3n+1$; b) $2n+2$ 40) $n(n+1)=n^2+n$

VERIFICHE DI IDENTITA'

Cos'è un' "*identità*"?
E' un'**uguaglianza letterale, vera per tutti i valori "ammissibili" delle lettere coinvolte**
(gli eventuali valori "non ammissibili" sono quelli che darebbero luogo a un'operazione non eseguibile:
ad esempio, l'identità $\frac{1}{a}-\frac{1}{a+1}=\frac{1}{a(a+1)}$ vale per $a\neq 0,\ a\neq -1$, ossia vale tutti i valori di a TRANNE i valori 0 e -1, non ammissibili perché renderebbero un denominatore uguale a 0).

Esempio svolto - *Verifica che vale la seguente identità*: $\boxed{(x+1)(4x+1)+x^2=(2x+1)(3x+1)-x^2}$

Eseguo i calcoli ai due membri, per constatare che si ottenga il medesimo risultato:
$\underline{4x^2}\ \underline{\underline{+x}}\ \underline{\underline{+4x}}+1\ \underline{+x^2}=\underline{6x^2}\ \underline{\underline{+2x}}\ \underline{\underline{+3x}}+1\ \underline{-x^2}$; $5x^2+5x+1=5x^2+5x+1$, *OK*!!!

CONTRARIAMENTE agli esercizi di pag. 63
(che erano dei puri controlli "a test", su alcuni valori delle lettere), queste verifiche effettuate tramite il calcolo letterale hanno una validità DEL TUTTO GENERALE e ci danno l'AUTENTICA SICUREZZA che si tratti davvero di un'identità.

ESERCIZI - Verifica che valgono le seguenti **identità**:

1) $a(a+2b)+(b-1)(1+b)=(a+b+1)(a+b-1)$ 2) $(a-1)(a^2-1)=(a+1)(a^2-2a+1)$
3) $k+2(k+3)=(k+2)(k+3)-(k+2)\cdot k$ 4) $(a+b)(a-b+1)=(a-b)(a+b+1)+2b$
5) $(x+2)(x+3)(x+4)-(x+1)(x+2)(x+3)=3(x-2)(x-3)+30x$ 6) $(1-x^3)(1+x^3)=-(x^2-1)(x^4+x^2+1)$